



Universidade Federal
do Rio de Janeiro

Escola Politécnica

IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL DO MODELO MATEMÁTICO DE UMA MÁQUINA DE INDUÇÃO DUPLAMENTE ALIMENTADA SEM ESCOVAS

Jardel Cunha Camelo

Projeto de Graduação apresentado ao curso
de Engenharia Elétrica da Escola Politécnica,
Universidade Federal do Rio de Janeiro, como
parte dos requisitos necessários à obtenção do
título de Engenheiro.

Orientador: Antonio Carlos Ferreira, Ph.D.

Rio de Janeiro

FEVEREIRO de 2012

IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL DO MODELO MATEMÁTICO DE UMA MÁQUINA DE
INDUÇÃO DUPLAMENTE ALIMENTADA SEM ESCOVAS

Jardel Cunha Camelo

PROJETO SUBMETIDO AO CORPO DOCENTE DO DEPARTAMENTO DE
ENGENHARIA ELÉTRICA DA ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO
RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO
DO GRAU DE ENGENHEIRO ELETRICISTA.

Examinada por:

Prof. Antonio Carlos Ferreira, Ph. D.
(Orientador)

Prof. Richard Magdalena Stephan, Dr.Ing.

Prof. Walter Issamu Suemitsu, Dr.Ing.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

FEVEREIRO de 2012

À minha mãe, Fatima, e à minha irmã, Isabella

Que são as pessoas que mais amo.

Agradecimentos

A Deus, pela minha vida, a de meus familiares e amigos.

À minha mãe, Fatima, por todo apoio, por acreditar em mim e estar ao meu lado em todos os momentos da minha vida. À minha irmã, Isabella, por ser muito importante em minha vida.

Aos meus familiares, por me incentivarem e me apoiarem em meus objetivos. Ao Alfredo e ao Romeu por todo o incentivo e apoio. Aos meus primos Vinicius e Vitor, por me apoiarem em todos os momentos e por serem como irmãos para mim. Ao Gustavo, por ter despertado em mim o desejo pelo conhecimento.

Ao meu orientador, Antônio Carlos Ferreira, pela oportunidade de trabalhar com máquinas elétricas, e por sua grande contribuição a minha formação.

Ao Professor Richard Magdalena Stephan, por ser sempre solícito e atencioso para qualquer esclarecimento e por sua grande contribuição à minha formação.

A todos os meus amigos, aos colegas do LASUP e do LABMAQ e em especial à Isabela Natal.

Finalmente, os Professores e funcionários da UFRJ e a todos aqueles que contribuíram direta e indiretamente para minha formação como Engenheiro Eletricista e como pessoa.

Muito Obrigado!

*“O cosmo pode ser infinitamente maior do
que o homem, mas um único ato de amor
vale mais do que toda a massa do universo”*

Blaise Pascal

Resumo do Projeto Final em Engenharia Elétrica apresentado ao Departamento de Engenharia Elétrica da Escola Politécnica – UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Engenheiro Eletricista:

IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL DO MODELO MATEMÁTICO DE UMA MÁQUINA DE INDUÇÃO DUPLAMENTE ALIMENTADA SEM ESCOVAS

Jardel Cunha Camelo

FEVEREIRO de 2012

Orientador: Antonio Carlos Ferreira, Ph.D.

As Máquinas de Indução Duplamente Alimentadas (MIDAs) têm sido largamente estudadas para utilização em operações de acionamentos variáveis. As MIDAs recebem duas alimentações, uma no estator e outra no rotor a partir de um inversor de frequência, através de anéis e escovas. O uso do inversor garante o controle de velocidade da máquina.

A MIDASE apresenta dois enrolamentos trifásicos no estator, sendo um ligado à rede de potência e o outro alimentado através de um inversor de frequência para controle de velocidade. Sua principal vantagem, em comparação a uma MIDA, é prescindir do uso de anéis e escovas, tornando o sistema mais robusto.

Neste trabalho será apresentado um modelo matemático da MIDASE, o qual será utilizado para a implementação de uma ferramenta computacional, que permita a simulação do funcionamento desta máquina, tanto em regime permanente quanto dinâmico. Isto será realizado utilizando-se o software comercial Matlab/Simulink, a partir de diagrama de blocos.

O modelo será validado utilizando-se dados de uma máquina real.

Sumário

LISTA DE ABREVIações	IX
LISTA DE FIGURAS.....	X
LISTA DE TABELAS	XII
CAPÍTULO 1	1
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 MÁQUINA DE INDUÇÃO DUPLAMENTE ALIMENTADA SEM ESCOVAS (MIDASE).....	3
1.2 OBJETIVO E MOTIVAÇÃO	5
1.3 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	6
CAPÍTULO 2	7
2 MODELO MATEMÁTICO	7
2.1 MATRIZ DE INDUTÂNCIA EQUIVALENTE	8
2.2 MATRIZ DE TRANSFORMAÇÃO COM REFERENCIAL DQ0 SOLIDÁRIO AO ROTOR	9
2.2.1 Configuração Mecânica do Rotor.....	10
2.3 EQUAÇÕES DE ENLACE DE FLUXO NAS COMPONENTES TRIFÁSICAS	13
2.4 MATRIZES DE INDUTÂNCIA DO ESTATOR.....	14
2.5 INDUTÂNCIAS DO ROTOR.....	15
2.6 INDUTÂNCIA DE ACOPLAMENTO ESTATOR-ROTOR.....	18
2.7 CÁLCULO DA MATRIZ DE INDUTÂNCIA EQUIVALENTE (L').....	20
2.8 EQUAÇÕES DE ENLACE DE FLUXO COM EIXO DE REFERÊNCIA NO ROTOR.....	22
2.9 EQUAÇÕES DE TENSÃO PARA OS CIRCUITOS DA MIDASE	23
2.10 EQUAÇÕES DE TENSÃO PARA OS CIRCUITOS DA MIDASE EM DQ0.....	24
2.11 TORQUE ELÉTRICO E POTÊNCIA DE ENTRADA	26
2.12 SISTEMA DE EQUAÇÕES UTILIZADAS PARA A IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL	28
CAPÍTULO 3	31
3 IMPLEMENTAÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO.....	31
CAPÍTULO 4	45
4 VALIDAÇÃO DO MODELO.....	45
4.1 PARÂMETROS UTILIZADOS NO MODELO DA MIDASE.....	45
4.2 CONSIDERAÇÕES INICIAIS	47
4.3 SIMULAÇÃO DA OPERAÇÃO DA MIDASE	48

4.4	COMPORTAMENTO TRANSITÓRIO DA VELOCIDADE DA MIDASE	52
CAPÍTULO 5	58
5	CONCLUSÕES	58
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	59
	APÊNDICE I	60
	APÊNDICE II	68

Lista de Abreviações

MCC – *Máquina de Corrente Contínua*

MI – *Máquina de Indução*

MS – *Máquina Síncrona*

MIDA – *Máquina de Indução Duplamente Alimentada*

MIDASE – *Máquina de Indução Duplamente Alimentada sem Escovas*

PG– *Projeto de Graduação*

Lista de Figuras

Figure 1.1 - Máquina de indução duplamente alimentada sem escovas.....	3
Figure 2.1- Fotografia do rotor da MIDASE.	11
Figure 2.2 - Ilustração da divisão e numeração dos circuitos da MIDASE em 3 sistemas e 6 ninhos.	11
Figure 2.3 - Esquema de sistemas do rotor com o loop do sistema 1, pertencente ao ninho 1 e ao ninho 6, destacados em azul.....	16
Figure 2. 4 - Esquema de sistemas do rotor com o loop do sistema 1, pertencente ao ninho 1, e o loop do sistema 2 pertencente ao ninho 6, ambos destacados em azul.	17
Figure 3.1 - Diagrama de blocos completo implementado no Simulink, que simula o comportamento da MIDASE a partir das equações que descrevem seu funcionamento.....	32
Figure 3.2 - Script para simulação da MIDASE utilizando a matriz de indutância equivalente calculada no Apêndice II	33
Figure 3.3 - Diagrama de blocos correspondente à tensão de alimentação do segundo enrolamento do estator.	34
Figure 3.4 - Diagrama de blocos que implementa a transformação das tensões trifásicas de um dos enrolamentos do estator, nas tensões em componentes dq0.	36
Figure 3.5 - Diagrama de blocos que efetua o cálculo, de forma iterativa, das correntes e enlaces de fluxo de cada um dos circuitos.	37
Figure 3.6 - Diagrama de blocos cujas entradas são tensões e correntes, e as saídas são os fluxos enlaçados pelo estator, com a vista explodida de um destes blocos.....	39
Figure 3.7 - Diagrama de blocos com a implementação das Equações de tensão do rotor, com a vista explodida de um destes blocos.....	41
Figure 3.8 - Diagrama de blocos com a implementação das equações mecânicas da MIDASE. ...	42
Figure 3.9 - Diagrama de blocos com a implementação das equações do torque elétrico da MIDASE.	43
Figure 3.10 - Diagrama de blocos com a implementação das equações das potências de entrada de cada um dos enrolamentos.	44
Figure 4.1 - Torque elétrico da MIDASE - $V1 = 50 V, V2 = 50 V, f1 = 50 Hz, f2 = 50 Hz$	49

Figure 4.2 - Velocidade do rotor da máquina para as variações de torque realizadas.....	50
Figure 4.3 - Potência de entrada dos enrolamentos do estator - $V1 = 50 V, V2 = 50 V, f1 = 50 Hz, f2 = 50 Hz$	50
Figure 4.4 - Gráfico da potência de entrada dos enrolamentos do estator em função do torque elétrico - $V1 = 50 V, V2 = 50 V, f1 = 50 Hz, f2 = 50 Hz$	51
Figure 4.5 - Torque elétrico para degrau de carga de $-7 N.m$ a $-10 N.m$ - $V1 = 50 V, V2 = 50 V, f1 = 50 Hz, f2 = 50 Hz$	52
Figure 4.6 - Potência elétrica dos enrolamentos do estator para o degrau de carga que leva o torque mecânico de $-7 N.m$ a $-10 N.m$ - $V1 = 50 V, V2 = 50 V, f1 = 50 Hz, f2 = 50 Hz$	53
Figure 4.7 - Comportamento da velocidade do rotor da máquina sujeito a um degrau de carga, saindo de $-7 N.m$ a $-10 N.m$ - $V1 = 50 V, V2 = 50 V, f1 = 50 Hz, f2 = 50 Hz$	53
Figure 4.8 - Comportamento da velocidade do rotor da máquina sujeito a um degrau de frequência, de $f2 = 40 Hz$ a $f2 = 50 Hz$, com o torque constante em $T = -6 N.m$	55
Figure 4.9 - Comportamento do torque elétrico da máquina para o degrau de frequência de carga de $f2 = 40 Hz$ a $f2 = 50 Hz$, com o torque constante em $T = -6 N.m$	56
Figure 4.10 - Comportamento das potências elétricas de entrada dos enrolamentos do estator da máquina para o degrau de frequência de $f2 = 40 Hz$ a $f2 = 50 Hz$, com o torque constante em $T = -6 N.m$	56
Figure 4.11 - Gráfico da resposta a aplicação de um torque de carga positivo, com consequente perda de sincronismo - $V1 = 50 V, V2 = 50 V, f1 = 50 Hz, f2 = 50 Hz$	57

Lista de Tabelas

Table 4. 1 - Tabela que apresenta a relação entre os valores discretos de torques elétricos e das potências elétricas de entrada, simuladas e medidas	51
---	----

Capítulo 1

1 Introdução

Durante o século XVIII foram construídas as primeiras máquinas mecânicas movidas a vapor [1]. Estas deram início a uma verdadeira revolução nos métodos produtivos da sociedade, possibilitando um vertiginoso aumento no volume de bens produzidos, entre outros desdobramentos políticos e sociais. As máquinas elétricas rotativas surgiram no século seguinte, apesar dos estudos sobre eletricidade serem mais antigos, como, por exemplo, a obra intitulada 'De Magnete', publicada em 1600 pelo cientista inglês William Gilbert, onde ele descreve diversas experiências sobre magnetismo, e a construção em 1663 da máquina eletrostática, pelo alemão Otto Von Guericke, que consistia em uma esfera sólida de enxôfre montada sobre um eixo de ferro, que se encaixava em um suporte em uma caixa de madeira [2]. Porém, somente em 1831 o cientista inglês Michael Faraday descobriu a indução eletromagnética, princípio fundamental para o desenvolvimento das máquinas elétricas rotativas.

A construção da primeira máquina elétrica foi atribuída ao cientista alemão Werner von Siemens que, em 1886, inventou o primeiro gerador de corrente contínua auto induzido. A partir de então houve uma rápida evolução das máquinas elétricas. Em 1889 o cientista russo estabelecido na Alemanha, Michael Von Dolivo-Dobrovolski, desenvolvia o motor trifásico de corrente alternada com potência contínua de 80 watts e rendimento de aproximadamente 80% [3]. Assim, o motor elétrico já mostrava suas vantagens em comparação aos motores mecânicos, por apresentar um rendimento altamente elevado, facilidade de partida, e ser relativamente mais silencioso durante o funcionamento, além de uma maior simplicidade de manutenção.

As máquinas elétricas evoluíram divididas basicamente em três grandes grupos: Máquinas de Corrente Contínua (MCC), Máquinas de Indução (MI) e Máquinas Síncronas (MS), onde posteriormente as MCC tornaram-se predominantes em acionamentos de velocidade variável. A grande revolução da microeletrônica e da eletrônica de potência, ocorrida no século XX, trouxe uma série de novas perspectivas ao projeto das máquinas elétricas. Em particular a MI

com rotor gaiola de esquilo, que era muito utilizada por sua robustez, simplicidade, confiabilidade e baixo custo, anteriormente utilizada apenas para acionamentos de velocidade constante, passou a ser empregada visando também o acionamento com velocidade variável.

O controle de velocidade da MI tornou-se possível, de forma mais eficiente, graças à evolução dos dispositivos da eletrônica de potência. O primeiro controle de velocidade da MI utilizando eletrônica de potência foi realizado alimentando-se o estator da máquina a partir de um inversor de frequência, que permite a variação tanto do módulo da tensão quanto da frequência.

Um fator importante no projeto do inversor diz respeito à potência da MI que será alimentada, pois o custo do inversor cresce de forma acentuada com o aumento desta potência. Este fato representou a motivação para o desenvolvimento de outros métodos de controle de velocidade da MI.

Uma solução encontrada foi a alimentação do rotor da MI a partir do inversor de frequência, possibilitando o controle da velocidade através de uma potência menor, implicando em um barateamento do inversor. Estas máquinas ficaram conhecidas como Máquinas de Indução de Dupla Alimentação (MIDA). O inconveniente das MIDAs está na necessidade do uso de anéis e escovas para que possa ser efetuada a alimentação do rotor. Isto implica em uma preocupação maior com manutenções periódicas e com o risco de mau funcionamento, tal como centelhamentos, devido a alguma avaria das escovas.

A alternativa ao uso de escovas e a possibilidade do controle de velocidade através de uma potência menor, constituem-se as principais motivações do desenvolvimento da Máquina de Indução de Dupla Alimentação Sem Escovas (MIDASE).

Durante o início do século XX era comum a ligação de duas máquinas de indução em cascata para operação em diferentes velocidades. Esta configuração mecânica motivou a criação da MIDASE, que consistia, basicamente, na construção de duas máquinas de indução em uma mesma estrutura. Um resumo da história da MIDASE pode ser encontrado no Projeto de Graduação (PG) de Lima, D.B. [4].

Por se tratar de uma máquina de velocidade variável, uma das principais aplicações da MIDASE está na utilização como gerador eólico.

1.1 Máquina de Indução Duplamente Alimentada sem Escovas (MIDASE)

A MIDASE recebe alimentação diretamente da rede de potência, enquanto o outro é alimentado a partir de um inversor de frequência, de forma a permitir uma variação tanto da tensão de alimentação quanto da frequência, como visto na Figura 1.1.

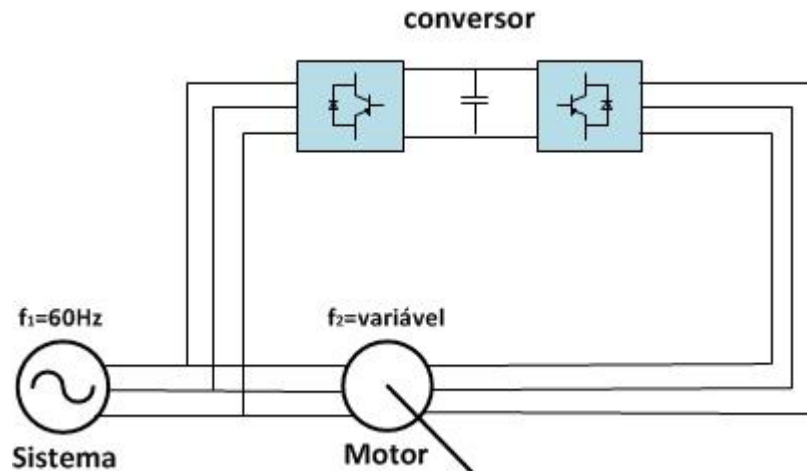


Figure 1.1 - Máquina de indução duplamente alimentada sem escovas.

Um aspecto importante no estudo de máquinas rotativas refere-se às técnicas de controle de velocidade. Um tipo de controle de velocidade possível em uma MI convencional pode ser realizado alimentando-se o estator a partir de um inversor de frequência. Porém, para máquinas maiores este tipo de controle pode não ser conveniente, visto que conversores para potências maiores são significativamente mais caros. Outra alternativa de controle, consiste em alimentar-se o rotor da máquina a partir do inversor de frequência, enquanto o estator permanece conectado à rede elétrica. Dessa forma o inversor irá trabalhar com uma potência menor, resultando em uma diminuição de custo, em comparação à alimentação direta do estator com o inversor. Porém, para viabilizar este tipo de controle é preciso utilizar-se uma máquina de rotor bobinado, na qual se utilizam anéis e escovas para acesso do rotor da máquina, aumentando com isso o custo e diminuindo a robustez e a confiabilidade do sistema.

A possibilidade de realizar-se o controle de velocidade a partir do controle da frequência das correntes do rotor, sem a necessidade do uso de anéis e escovas, e utilizando conversores para uma potência menor, constitui-se a característica mais importante da MIDASE.

No trabalho de Ferreira, encontra-se o desenvolvimento dos cálculos que levam à Equação 1.1, para a velocidade de acionamento da MIDASE,

$$n_{rpm} = 60 \frac{f_1 \pm f_2}{p_1 + p_2} \quad (1.1)$$

Em que f_1 e f_2 são as frequências das tensões de alimentação do primeiro e do segundo enrolamento, p_1 e p_2 o número de pares de polos do primeiro e do segundo enrolamento, respectivamente. A partir da Equação 1.1, verifica-se que, sendo a frequência da rede constante, efetua-se o controle da velocidade de acionamento do rotor variando-se f_2 . Isto implica na possibilidade de um controle de velocidade sem a necessidade de anéis e escovas, e com uma significativa redução dos custos, por utilizar-se o conversor em apenas uma parte da potência de alimentação da máquina.

Da forma que ocorre na MI comum, cada enrolamento induzirá corrente no rotor, logo, a corrente resultante será a soma da corrente induzida pelo primeiro enrolamento com a corrente induzida pelo segundo enrolamento do estator.

A condição para que exista torque elétrico constante em uma MI convencional, é que o campo girante, devido às correntes do estator, e o campo girante, devido às correntes induzidas no rotor, tenham a mesma velocidade. Quando essa condição é satisfeita, diz-se que os campos estão acoplados entre si e o torque pode ser calculado através das correntes dos circuitos do rotor e do estator, e das indutâncias de acoplamento entre estes circuitos.

Uma particularidade do funcionamento da MIDASE ocorre no que diz respeito ao acoplamento entre os campos magnéticos da máquina. Podem-se distinguir dois tipos particulares de acoplamento. Um deles, denominado de acoplamento direto, que existe entre o campo magnético girante do primeiro enrolamento do estator com o campo magnético girante originado pelas correntes que este enrolamento do estator induz nos circuitos rotor, e também, entre o campo magnético girante do segundo enrolamento do estator com o campo magnético originado pelas correntes que este enrolamento do estator induz nos circuitos do rotor. Além deste acoplamento, existe o chamado acoplamento cruzado, que se constitui no acoplamento entre o campo girante do primeiro enrolamento do estator, com o campo girante devido às correntes que o segundo enrolamento do estator induz no rotor, e também, entre o campo magnético girante do segundo enrolamento do estator, com o campo magnético girante devido às correntes que o primeiro enrolamento do estator induz no rotor. A equação que permite o

cálculo do torque elétrico da MIDASE será apresentada na modelagem matemática do capítulo seguinte.

Existem diversos modelos matemáticos para a análise da MIDASE. Em A.C. Ferreira [5], podem ser encontrados dois modelos, um dos quais se baseia nas componentes harmônicas espaciais, que fornece uma visão do funcionamento da máquina em regime permanente, e outro, baseado no método dos elementos finitos, que possibilita uma análise do comportamento dinâmico, bem como a inclusão da saturação e as perdas no ferro. O modelo matemático utilizado na análise da MIDASE deste trabalho encontra-se presente em Boger, M.S. [6], que também foi utilizado no PG de Lacerda [7], que desenvolveu o modelo em regime permanente no programa computacional Saber, porém não realizou a implementação da modelagem dinâmica da máquina.

O modelo de Boger, assim como o de Ferreira, permite a modelagem da MIDASE para qualquer combinação de pares de polos dos enrolamentos do estator. Isto é importante, pois o projeto da quantidade de polos dos enrolamentos do estator deve atender a determinadas restrições, que podem ser encontradas no trabalho de Ferreira, para que não haja acoplamento magnético entre eles. Além disso, este modelo permite a análise dinâmica e em regime permanente do funcionamento da máquina.

1.2 Objetivo e Motivação

O presente trabalho visa à implementação da modelagem matemática da MIDASE na criação de um modelo computacional para simulação do desempenho dinâmico e em regime permanente da máquina, fazendo uso do software comercial Matlab/Simulink.

Por não se tratar de uma máquina de uso industrial, ainda não existem, nos pacotes computacionais comerciais para simulação de sistemas de acionamento eletrônico, modelos que permitam analisar o desempenho desta máquina. Isto motiva o desenvolvimento deste trabalho, que viabiliza a possibilidade desta análise, bem como para simulação de estratégias de controle.

No desenvolvimento do modelo matemático será visto que as equações foram estruturadas de forma a possibilitar o acesso aos fluxos e correntes que cada um dos enrolamentos induz, separadamente, no rotor da MIDASE.

1.3 Organização do Trabalho

O presente trabalho encontra-se organizado da forma seguinte:

- Capítulo 1: “*Introdução*”, onde estão apresentadas algumas considerações sobre máquinas elétricas, os princípios de funcionamento da MIDASE, além do objetivo e a motivação para este trabalho.
- Capítulo 2: “Modelo Matemático”, neste capítulo é desenvolvido todo o modelo matemático da MIDASE que será implementado no Software Matlab/Simulink.
- Capítulo 3: “Implementação do Modelo Matemático”, onde é explicado toda a implementação do modelo matemático, desenvolvido no capítulo 2, no software computacional.
- Capítulo 4: “Validação do Modelo”, onde são apresentados os resultados obtidos da simulação da máquina, para validação do modelo implementado.
- Capítulo 5: “Conclusões”, onde são apresentadas as conclusões obtidas do trabalho desenvolvido e são apresentadas propostas de trabalhos futuros.
- Apêndice I: “Cálculo da Matriz de Impedância Equivalente Presente na Equação 2.39”, neste apêndice são desenvolvidas as etapas analíticas das equações que resultam do modelo matemático do capítulo 2.
- Apêndice II: “Cálculo da Matriz L' utilizando os Parâmetros da MIDASE”, onde se encontram os cálculos para obtenção da matriz L' a partir dos parâmetros fornecidos no capítulo 4.

Capítulo 2

2 Modelo Matemático

O modelo matemático desenvolvido para análise da MIDASE é baseado no acoplamento entre os diversos circuitos que compõem a máquina. Utilizam-se as equações que relacionam as tensões aplicadas a cada circuito com as quedas de tensão nas resistências e nos acoplamentos magnéticos que cada circuito, como visto na Equação 2.1, e as equações que expressam as relações entre os enlaces de fluxos e as correntes em cada circuito, a partir das indutâncias magnéticas de cada circuito, como visto na Equação 2.2.

$$v = ri + \frac{d\lambda}{dt} \quad (2.1)$$

$$\lambda = LI \quad (2.2)$$

Na Equação 2.2, λ é o vetor que contém os enlaces de fluxo, I é o vetor que contém as correntes e L é a matriz de indutâncias que expressa o acoplamento entre os enlaces de fluxo e as correntes de cada circuito. Algumas das indutâncias da matriz L apresentam valores constantes enquanto outras dependem da posição angular relativa entre o estator e o rotor. As indutâncias próprias de cada um dos enrolamentos do estator, as indutâncias próprias de cada circuito do rotor, assim como as indutâncias mútuas entre os circuitos do próprio rotor apresentam valores constantes. As indutâncias mútuas entre cada um dos enrolamentos do estator e os circuitos do rotor são dependentes da posição angular entre o rotor e o estator.

Para reduzir a complexidade na manipulação analítica das equações que modelam a MIDASE, utilizou-se a Transformação de Park, a qual se constitui em uma ferramenta matemática que permite referir as variáveis que caracterizam os circuitos da MIDASE a um sistema de coordenadas fixo a um referencial com velocidade arbitrária. Para este trabalho foi adotado como referencial um eixo em coordenadas dq0 solidário ao rotor da máquina, pelo fato de ser este o único referencial no qual as indutâncias de acoplamento entre o rotor e o estator tornam-se constantes.

2.1 Matriz de Indutância Equivalente

Para realizar-se a transformação de determinadas grandezas a um referencial com velocidade arbitrária, basta multiplicar a matriz que contem estas grandezas a serem transformadas pela matriz de transformação, conforme a Equação 2.3.

$$\mathbf{P}' = \mathbf{C}\mathbf{P} \quad (2.3)$$

Em que \mathbf{P}' é a matriz com os valores transformados, \mathbf{C} é a matriz de transformação e \mathbf{P} é a matriz que contem os valores que se deseja transformar. A matriz \mathbf{C} de transformação depende do referencial adotado.

Desta forma, a matriz de enlace de fluxo em um referencial com velocidade arbitrária será dada pela Equação 2.4.

$$\lambda' = \mathbf{C}\lambda \quad (2.4)$$

Substituindo λ dado na Equação 2.2 na Equação 2.4, obtem-se a Equação 2.5.

$$\lambda' = \mathbf{C}\mathbf{L}\mathbf{I} \quad (2.5)$$

Onde λ' é o vetor de enlace de fluxo para o referencial com velocidade arbitrária. Para obter-se o vetor λ' em função do vetor de correntes \mathbf{I}' , expressa no novo referencial, basta seguir o modelo da Equação 2.3, para obter-se a Equação 2.6.

$$\mathbf{I}' = \mathbf{C}\mathbf{I} \quad (2.6)$$

Da qual se chega a Equação 2.7, multiplicando ambos os lados por \mathbf{C}^{-1} .

$$\mathbf{I} = \mathbf{C}^{-1}\mathbf{I}' \quad (2.7)$$

Enfim, substituindo a equação 2.7 na Equação 2.5 resulta na Equação 2.8, que relaciona os enlaces de fluxo com as correntes dos circuitos da MIDASE em um referencial arbitrário.

$$\lambda' = \mathbf{C}\mathbf{L}\mathbf{C}^{-1}\mathbf{I}' \quad (2.8)$$

Logo, seguindo o modelo da Equação 2.2, é possível escrever a Equação 2.9, que representa a nova equação de fluxos concatenados da MIDASE em um novo sistema de coordenadas.

$$\lambda' = L'I' \quad (2.9)$$

Comparando a Equação 2.9 com a Equação 2.8, a matriz de indutância equivalente neste novo sistema é dada pela Equação 2.10.

$$L' = CLC^{-1} \quad (2.10)$$

2.2 Matriz de Transformação com Referencial dq0 Solidário ao Rotor

A matriz de transformação que será apresentada a seguir adota como referencial para o eixo dq0 o rotor da MIDASE. A opção por qualquer outro referencial não elimina a dependência do tempo das indutâncias de acoplamento entre o estator e o rotor, como verificado por Boger [6].

A matriz de transformação C , utilizada neste trabalho, é composta por três sub-matrizes, da forma apresentada na equação 2.11.

$$C = \begin{bmatrix} C_1 & 0 & 0 \\ 0 & C_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_R \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

As sub-matrizes C_1 e C_2 , apresentadas nas Equações 2.12 e 2.13, realizam a transformação das grandezas do primeiro e do segundo enrolamento do estator ao eixo dq0 solidário ao rotor, e C_R realiza a transformação das grandezas do rotor a este mesmo referencial.

$$C_1 = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos(p_1\theta_R) & \cos(p_1\theta_R - \frac{2\pi}{3}) & \cos(p_1\theta_R + \frac{2\pi}{3}) \\ \sin(p_1\theta_R) & \sin(p_1\theta_R - \frac{2\pi}{3}) & \sin(p_1\theta_R + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

$$C_2 = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos(p_2\theta_R - p_2\alpha) & \cos(p_2\theta_R - p_2\alpha - \frac{2\pi}{3}) & \cos(p_2\theta_R - p_2\alpha + \frac{2\pi}{3}) \\ \sin(p_2\theta_R - p_2\alpha) & \sin(p_2\theta_R - p_2\alpha - \frac{2\pi}{3}) & \sin(p_2\theta_R - p_2\alpha + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

Os valores p_1 e p_2 são os números de pares de polos do primeiro e do segundo enrolamentos do estator, respectivamente. O ângulo θ_R é a posição do rotor em relação a um determinado referencial. O ângulo α é a defasagem entre o primeiro e o segundo enrolamento do estator, para que todas as variáveis fiquem referidas a um mesmo sistema de coordenadas dq0.

As duas primeiras linhas das matrizes das Equações 2.12 e 2.13 fornecem as grandezas nas coordenadas q e d, respectivamente, enquanto a terceira linha corresponde à componente de sequência zero, cujos valores serão sempre nulos devido ao fato de a alimentação de tensão da máquina ser considerada trifásica e equilibrada. Entretanto, esta componente é necessária para que se obtenha uma transformação única das três grandezas de fase do estator.

Para a apresentação da sub-matriz C_R é necessário uma abordagem acerca da configuração mecânica do rotor, realizada na seção 2.2.1.

2.2.1 Configuração Mecânica do Rotor

O rotor da MIDASE apresenta uma construção mecânica peculiar necessária para viabilizar seu funcionamento adequado. Este trabalho se limitará a explicar a estrutura mecânica, sem se ater à necessidade de tal estrutura, que pode ser encontrada em Ferreira [5].

Como visto nas Figuras 2.1, onde se tem uma fotografia do rotor da MIDASE, têm-se seis conjuntos, chamados de ninhos, igualmente espaçados ao longo da circunferência do rotor, onde cada ninho é composto por três *loops* concêntricos. Esses seis ninhos com três *loops* cada, dão origem a um total de 18 circuitos no rotor.

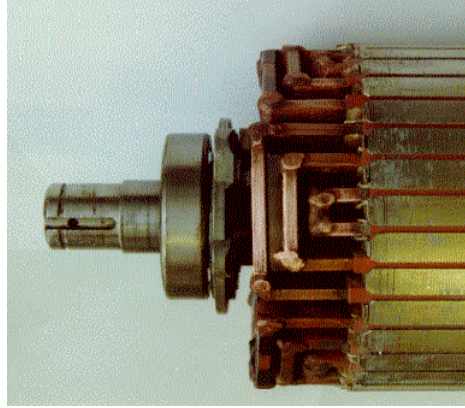


Figure 2. 1- Fotografia do rotor da MIDASE.

Para simplificar a análise destes circuitos, eles foram subdivididos em três sistemas. O sistema 1, formado com os *loops* mais internos de cada ninho, o sistema 2, formado com os *loops* do meio de cada ninho e o sistema 3, formado com os *loops* mais externos de cada ninho. Além disso, numerou-se cada ninho de 1 a 6. Esta organização está esquematizada na Figura 2.2.

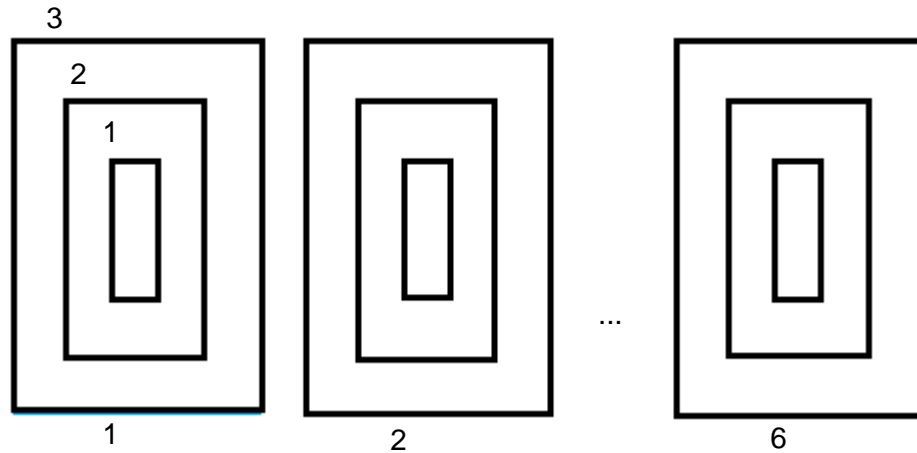


Figure 2.2 - Ilustração da divisão e numeração dos circuitos da MIDASE em 3 sistemas e 6 ninhos.

O ângulo mecânico entre o centro de cada dois ninhos adjacentes é dado por $\frac{2\pi}{6}$ radianos. Os ângulos elétricos de separação de cada dois ninhos terão valores diferentes quando visto por cada um dos enrolamentos do estator. Para o primeiro enrolamento do estator, o ângulo elétrico entre os ninhos será dado pela Equação 2.14.

$$\beta_1 = p_1 \frac{2\pi}{6} \quad (2.14)$$

E para o segundo enrolamento será dado pela Equação 2.15,

$$\beta_2 = p_2 \frac{2\pi}{6} \quad (2.15)$$

Sendo p_1 e p_2 os números de pares de polos do primeiro e do segundo enrolamento do estator, respectivamente.

A componente C_R , da Equação 2.11, corresponde à matriz de transformação das grandezas do rotor. Para obter-se a separação entre as correntes e enlaces de fluxo induzidos no rotor por cada um dos enrolamentos, optou-se por uma matriz C_R dada pela Equação 2.16.

$$C_R = \begin{bmatrix} C_{R1} & 0 \\ 0 & C_{R2} \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

A sub-matriz C_{R1} transforma as grandezas induzidas no rotor pelo primeiro enrolamento do estator, ao eixo dq0, e C_{R2} transforma as grandezas induzidas no rotor pelo segundo enrolamento do estator, ao eixo dq0.

A sub-matriz C_{R1} apresenta três componentes, como visto na equação 2.17.

$$C_{R1} = \begin{bmatrix} C_{R1_1} & 0 & 0 \\ 0 & C_{R1_2} & 0 \\ 0 & 0 & C_{R1_3} \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

Em que C_{R1_1} , C_{R1_2} e C_{R1_3} aplicam a transformação aos sistemas 1, 2 e 3 do rotor, respectivamente. Como cada um dos 3 sistemas está alinhado axialmente, $C_{R1_1} = C_{R1_2} = C_{R1_3}$. O mesmo é válido para C_{R2} .

Para cada sub-matriz de C_{R1} obtém-se a equação de transformação, fazendo $\theta_r = 0$ na matriz que realiza a transformação de grandezas ao eixo de coordenadas fixo ao rotor, de onde se obtém a Equação 2.18,

$$C_{R1_1} = C_{R1_2} = C_{R1_3} = \sqrt{\frac{2}{6}} \begin{bmatrix} 1 & \cos(-\beta_1) & \cos(-2\beta_1) & \cos(-3\beta_1) & \cos(-4\beta_1) & \cos(-5\beta_1) \\ 0 & \sin(-\beta_1) & \sin(-2\beta_1) & \sin(-3\beta_1) & \sin(-4\beta_1) & \sin(-5\beta_1) \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

Em que o ângulo β_1 está dado na Equação 2.14. Cada coluna da matriz do lado direito da Equação 2.18 faz a transformação de um dos ninhos do rotor aos eixos de referência, sendo a primeira coluna para transformação das grandezas do ninho 1 e assim sucessivamente, até a

coluna seis, referente ao ninho 6. A matriz contém duas linhas, que fornecem as componentes dos eixos q e d , respectivamente. A terceira linha desta matriz, que seria referente às componentes do eixo-0, não foi incluída, pois as tensões de alimentação são consideradas trifásicas e equilibradas.

As mesmas considerações são aplicadas à sub-matriz C_{R2} , trocando o ângulo β_1 por β_2 na Equação 2.18.

A Equação 2.18 não apresenta matriz inversa verdadeira pelo fato de não ser uma matriz quadrada, porém ela tem uma pseudo-inversa. O produto desta matriz por sua matriz original fornece a matriz identidade. A pseudo-inversa é obtida simplesmente realizando a transposição da matriz original.

2.3 Equações de Enlace de Fluxo nas Componentes Trifásicas

A Equação 2.2 está repetida em 2.19, porém expandida de forma a enfatizar separadamente as componentes de cada um dos enrolamentos do estator e as componentes do rotor. Esta equação relaciona os enlaces de fluxo com as correntes em cada um dos circuitos da MIDASE, a partir do conhecimento da matriz de indutância que os acopla.

$$\begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} & 0 & L_{1R} \\ 0 & L_{22} & L_{2R} \\ L_{1R}^t & L_{2R}^t & L_{RR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_R \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

Os vetores λ_1 e λ_2 contêm os enlaces de fluxo no primeiro e segundo enrolamentos do estator, respectivamente, e o vetor λ_R contém os enlaces de fluxo dos circuitos do rotor, como visto, por exemplo, na Equação 2.20 para λ_1 .

$$\lambda_1 = [\lambda_a \quad \lambda_b \quad \lambda_c]^t \quad (2.20)$$

Os vetores i_1 e i_2 contêm as correntes do primeiro e segundo enrolamentos do estator, respectivamente, e i_R é o vetor de correntes dos circuitos do rotor.

As sub-matrizes L_{11} e L_{22} representam as indutâncias próprias do primeiro e do segundo enrolamento do estator, respectivamente, e a sub-matriz L_{RR} é a indutância própria

dos circuitos do rotor. As sub-matrizes L_{1R} e L_{2R} são responsáveis pelo acoplamento entre o primeiro enrolamento do estator e os circuitos do rotor, e entre o segundo enrolamento do estator e os circuitos do rotor, respectivamente, cujos valores são dependentes da posição angular relativa entre o estator e o rotor.

Os elementos nulos da matriz representam o fato de não haver acoplamento entre os dois enrolamentos do estator.

2.4 Matrizes de Indutância do Estator

A sub-matriz L_{11} da Equação 2.19 é composta pelas indutâncias próprias de cada uma das fases do primeiro enrolamento do estator, e pelas indutâncias mútuas entre cada uma destas fases.

Considerando desprezíveis os efeitos das ranhuras do rotor, as indutâncias próprias de cada fase serão constantes e terão duas componentes, uma devida ao fluxo fundamental espacial de entreferro L_{m1} , e outra devida ao fluxo de dispersão de armadura L_{l1} . Estas indutâncias podem ser vistas na diagonal principal da matriz do lado direito da Equação 2.32, para cada uma das fases do enrolamento.

$$L_{11} = \begin{bmatrix} L_{l1} + L_{m1} & -\frac{1}{2}L_{m1} & -\frac{1}{2}L_{m1} \\ -\frac{1}{2}L_{m1} & L_{l1} + L_{m1} & -\frac{1}{2}L_{m1} \\ -\frac{1}{2}L_{m1} & -\frac{1}{2}L_{m1} & L_{l1} + L_{m1} \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

Considerando o modelo ideal para o circuito magnético da máquina, onde, por exemplo, a permeabilidade magnética do ferro é infinita ($\mu_r = 0$), as indutâncias mutuas entre fases idênticas de um enrolamento trifásico, deslocadas de α graus elétricos é igual à componente de entreferro de suas indutâncias próprias, multiplicadas por $\cos \alpha$. Assim, como as fases estão deslocadas de 120 graus elétricos, e sabendo que $\cos(\pm 120) = -\frac{1}{2}$, as indutâncias mútuas entre as fases são dadas na Equação 2.22.

$$M = -\frac{1}{2}L_{m1} \quad (2.22)$$

As quais podem ser vistas fora da diagonal principal da matriz do lado direito da Equação 2.21.

O mesmo raciocínio pode ser aplicado à sub-matriz L_{22} , da qual se obtém a Equação 2.23.

$$L_{22} = \begin{bmatrix} (L_{l2} + L_{m2}) & -\frac{1}{2}L_{m2} & -\frac{1}{2}L_{m2} \\ -\frac{1}{2}L_{m2} & (L_{l2} + L_{m2}) & -\frac{1}{2}L_{m2} \\ -\frac{1}{2}L_{m2} & -\frac{1}{2}L_{m2} & (L_{l2} + L_{m2}) \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

2.5 Indutâncias do Rotor

A sub-matriz L_{RR} , presente na Equação 2.19, e que contém as indutâncias de acoplamento do rotor, está apresentada na Equação 2.24.

$$L_{RR} = \begin{bmatrix} [L]_{11} & [M]_{12} & [M]_{13} \\ [M]_{12} & [L]_{22} & [M]_{23} \\ [M]_{13} & [M]_{23} & [L]_{33} \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

As sub-matrizes que compõem a diagonal principal da matriz do lado direito da Equação 2.24 contém as indutâncias de acoplamento entre os *loops* pertencentes a um mesmo sistema, ou seja, $[L]_{11}$ contém as indutâncias que acoplam os *loops* do sistema 1, $[L]_{22}$ do sistema 2 e $[L]_{33}$ do sistema 3. Como existem seis ninhos por sistema, cada sub-matriz terá dimensão 6x6. Para $[L]_{11}$ os valores estão na Equação 2.25. Os valores para $[L]_{22}$ e $[L]_{33}$ seguem a mesma estrutura.

$$[L]_{11} = \begin{bmatrix} L_{11} & M_{11} & M_{11} & M_{11} & M_{11} & M_{11} \\ M_{11} & L_{11} & M_{11} & M_{11} & M_{11} & M_{11} \\ M_{11} & M_{11} & L_{11} & M_{11} & M_{11} & M_{11} \\ M_{11} & M_{11} & M_{11} & L_{11} & M_{11} & M_{11} \\ M_{11} & M_{11} & M_{11} & M_{11} & L_{11} & M_{11} \\ M_{11} & M_{11} & M_{11} & M_{11} & M_{11} & L_{11} \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

Na Equação 2.25, os valores da diagonal principal correspondem às indutâncias próprias de cada um dos *loops* do sistema 1. Por exemplo, na terceira linha e terceira coluna,

tem-se à indutância própria do loop do sistema 1, que está presente no ninho de número 3 deste sistema. Estas indutâncias são iguais porque os *loops* de cada ninho, pertencentes a um mesmo sistema, são iguais.

Os valores fora da diagonal principal são as indutâncias mútuas entre o loop de um determinado ninho, com os *loops* dos outros ninhos pertencentes a um mesmo sistema. Por exemplo, na primeira linha e sexta coluna tem-se a indutância de acoplamento entre o ninho 1 e o ninho 6 do sistema 1, que está destacado na Figura 2.3.

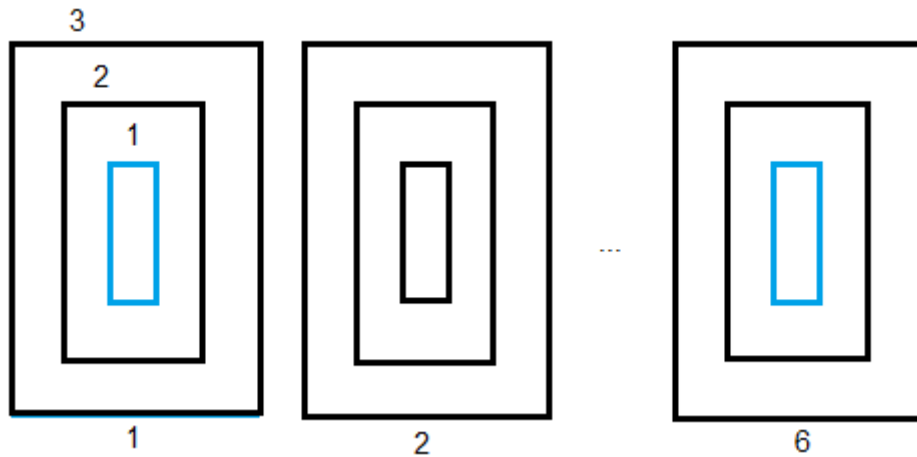


Figure 2. 3 - Esquema de sistemas do rotor com o loop do sistema 1, pertencente ao ninho 1 e ao ninho 6, destacados em azul.

Apesar de as indutâncias mútuas entre *loops* de um mesmo sistema não serem exatamente iguais, esta é uma aproximação razoável, adotada pelo fato de as distribuições dos fluxos no rotor serem aproximadamente uniformes, levando em conta a consideração feita de que o circuito magnético da máquina é ideal. Logo, considerá-las iguais, é uma aproximação que fornece bons resultados e possibilita uma simplificação ao tratamento analítico das equações.

As sub-matrizes da Equação 2.24, que estão fora da diagonal principal, contêm as indutâncias de acoplamento entre os circuitos de diferentes sistemas do rotor. Para o acoplamento entre os circuitos do sistema 1 e do sistema 2, tem-se a Equação 2.26. As indutâncias de acoplamento entre os circuitos dos sistemas 1 e 3, e entre 2 e 3, seguem a mesma estrutura.

$$[M]_{12} = \begin{bmatrix} L_{12} & M_{12} & M_{12} & M_{12} & M_{12} & M_{12} \\ M_{12} & L_{12} & M_{12} & M_{12} & M_{12} & M_{12} \\ M_{12} & M_{12} & L_{12} & M_{12} & M_{12} & M_{12} \\ M_{12} & M_{12} & M_{12} & L_{12} & M_{12} & M_{12} \\ M_{12} & M_{12} & M_{12} & M_{12} & L_{12} & M_{12} \\ M_{12} & M_{12} & M_{12} & M_{12} & M_{12} & L_{12} \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

Os valores da diagonal principal da Equação 2.26 correspondem ao acoplamento entre os *loops* de sistemas diferentes, porém pertencentes a um mesmo ninho. Estas indutâncias são iguais porque todos os *loops* pertencentes a um mesmo sistema são iguais.

Os valores da Equação 2.26 fora da diagonal principal correspondem ao acoplamento entre *loops* de sistemas diferentes, porém que não pertençam a um mesmo ninho. Por exemplo, a indutância contida na primeira linha e sexta coluna da Equação 2.26, corresponde ao acoplamento entre o loop do primeiro sistema pertencente ao ninho número 1, com o loop do segundo sistema pertencente ao ninho número 6, como visto na Figura 2.5. Esses valores são considerados iguais, devido à homogeneidade do fluxo próximo ao rotor. Esta aproximação permite uma simplificação no tratamento analítico das equações e fornece resultados satisfatórios.

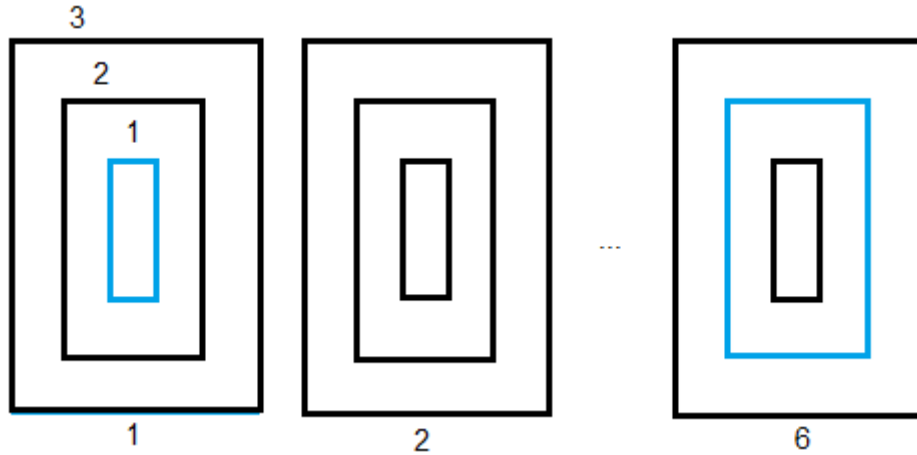


Figure 2. 4 - Esquema de sistemas do rotor com o loop do sistema 1, pertencente ao ninho 1, e o loop do sistema 2 pertencente ao ninho 6, ambos destacados em azul.

2.6 Indutância de Acoplamento Estator-rotor

As sub-matrizes L_{1R} e L_{2R} , contidas na Equação 2.19, correspondem ao acoplamento entre o primeiro e segundo enrolamento do estator com os circuitos do rotor, respectivamente. Estas sub-matrizes estão apresentadas nas Equações 2.27 e 2.28.

$$L_{1R} = [L_{1R1} \quad L_{1R2} \quad L_{1R3}] \quad (2.27)$$

$$L_{2R} = [L_{2R1} \quad L_{2R2} \quad L_{2R3}] \quad (2.28)$$

As componentes L_{1R1} , L_{1R2} e L_{1R3} da Equação 2.27, contêm as indutâncias que acoplam o primeiro enrolamento do estator com os circuitos do primeiro, segundo e terceiro sistema do rotor, respectivamente. O mesmo se aplica à Equação 2.28, que fornece o acoplamento entre o segundo enrolamento do estator e os três sistemas do rotor.

As indutâncias mútuas entre cada enrolamento do estator e os circuitos de cada sistema do rotor serão dependentes da posição angular entre o estator e o rotor.

Sendo θ_R a posição do rotor, onde $\theta_R = 0$ em $t = 0$, quando a fase A do primeiro enrolamento do estator estiver alinhada com o primeiro ninho do rotor, obtém-se, para o acoplamento entre o primeiro enrolamento do estator e os circuitos do primeiro sistema do rotor, a Equação 2.29.

$$L_{1R1} = \begin{bmatrix} L_{a1} \cos(p_1 \theta_R) & L_{a1} \cos(p_1 \theta_R + \beta_1) & \dots & L_{a1} \cos(p_1 \theta_R + 5\beta_1) \\ L_{a1} \cos(p_1 \theta_R - \frac{2\pi}{3}) & L_{a1} \cos(p_1 \theta_R + \beta_1 - \frac{2\pi}{3}) & \dots & L_{a1} \cos(p_1 \theta_R + 5\beta_1 - \frac{2\pi}{3}) \\ L_{a1} \cos(p_1 \theta_R + \frac{2\pi}{3}) & L_{a1} \cos(p_1 \theta_R + \beta_1 + \frac{2\pi}{3}) & \dots & L_{a1} \cos(p_1 \theta_R + 5\beta_1 + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

Na Equação 2.29, cada linha da matriz corresponde ao acoplamento entre uma das fases do primeiro enrolamento do estator com os ninhos do sistema 1 do rotor, onde cada coluna contém as indutâncias referentes a um ninho. Logo, a matriz contém seis colunas, visto que se tem um total de seis ninhos. Por exemplo, a indutância da segunda linha e segunda coluna da matriz da Equação 2.29, corresponde ao acoplamento da fase B do primeiro enrolamento do estator com o ninho de número 2 do sistema 1 do rotor. Além disso, L_{a1} é o valor máximo da indutância de acoplamento entre uma determinada fase e o loop de um ninho, quando estes estão axialmente alinhados, p_1 é o número de pares de polos do primeiro

enrolamento do estator e β_1 é o ângulo elétrico entre o centro de cada dois ninhos adjacentes, visto pelo primeiro enrolamento do estator, dado pela Equação 2.14.

As indutâncias de acoplamento entre o primeiro enrolamento do estator e os circuitos do segundo e terceiro sistemas do rotor, podem ser obtidas seguindo o mesmo raciocínio anterior, resultando nas Equações 2.30 e 2.31, respectivamente.

$$\mathbf{L}_{1R_2} = \begin{bmatrix} L_{a2} \cos(p_1 \theta_R) & L_{a2} \cos(p_1 \theta_R + \beta_1) & \dots & L_{a2} \cos(p_1 \theta_R + 5\beta_1) \\ L_{a2} \cos(p_1 \theta_R - \frac{2\pi}{3}) & L_{a2} \cos(p_1 \theta_R + \beta_1 - \frac{2\pi}{3}) & \dots & L_{a2} \cos(p_1 \theta_R + 5\beta_1 - \frac{2\pi}{3}) \\ L_{a2} \cos(p_1 \theta_R + \frac{2\pi}{3}) & L_{a2} \cos(p_1 \theta_R + \beta_1 + \frac{2\pi}{3}) & \dots & L_{a2} \cos(p_1 \theta_R + 5\beta_1 + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

$$\mathbf{L}_{1R_3} = \begin{bmatrix} L_{a3} \cos(p_1 \theta_R) & L_{a3} \cos(p_1 \theta_R + \beta_1) & \dots & L_{a3} \cos(p_1 \theta_R + 5\beta_1) \\ L_{a3} \cos(p_1 \theta_R - \frac{2\pi}{3}) & L_{a3} \cos(p_1 \theta_R + \beta_1 - \frac{2\pi}{3}) & \dots & L_{a3} \cos(p_1 \theta_R + 5\beta_1 - \frac{2\pi}{3}) \\ L_{a3} \cos(p_1 \theta_R + \frac{2\pi}{3}) & L_{a3} \cos(p_1 \theta_R + \beta_1 + \frac{2\pi}{3}) & \dots & L_{a3} \cos(p_1 \theta_R + 5\beta_1 + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

O acoplamento entre o segundo enrolamento do estator e os circuitos do primeiro sistema do rotor está dado na Equação 2.32.

$$\mathbf{L}_{2R_1} = \begin{bmatrix} L_{A1} \cos(p_2 \theta_R - p_2 \alpha) & L_{A1} \cos(p_2 \theta_R - p_2 \alpha + \beta_2) & \dots & L_{A1} \cos(p_2 \theta_R - p_2 \alpha + 5\beta_2) \\ L_{A1} \cos(p_2 \theta_R - p_2 \alpha - \frac{2\pi}{3}) & L_{A1} \cos(p_2 \theta_R - p_2 \alpha + \beta_2 - \frac{2\pi}{3}) & \dots & L_{A1} \cos(p_2 \theta_R - p_2 \alpha + 5\beta_2 - \frac{2\pi}{3}) \\ L_{A1} \cos(p_2 \theta_R - p_2 \alpha + \frac{2\pi}{3}) & L_{A1} \cos(p_2 \theta_R - p_2 \alpha + \beta_2 + \frac{2\pi}{3}) & \dots & L_{A1} \cos(p_2 \theta_R - p_2 \alpha + 5\beta_2 + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} \quad 2.32$$

Nesta equação, L_{A1} é o valor máximo da indutância de acoplamento, p_2 o número de polos do segundo enrolamento do estator e β_2 o ângulo elétrico entre o centro de cada dois ninhos adjacentes, visto pelo segundo enrolamento do estator, dado pela Equação 2.15. O ângulo α é o deslocamento da fase A do segundo enrolamento em relação à fase A do primeiro enrolamento do estator.

Para o acoplamento entre o segundo enrolamento do estator e os circuitos do segundo e terceiro sistema do rotor, têm-se as Equações 2.33 e 2.34, respectivamente.

$$\mathbf{L}_{2R_2} = \begin{bmatrix} L_{A2} \cos(p_2 \theta_R - p_2 \alpha) & L_{A2} \cos(p_2 \theta_R - p_2 \alpha + \beta_2) & \dots & L_{A2} \cos(p_2 \theta_R - p_2 \alpha + 5\beta_2) \\ L_{A2} \cos(p_2 \theta_R - p_2 \alpha - \frac{2\pi}{3}) & L_{A2} \cos(p_2 \theta_R - p_2 \alpha + \beta_2 - \frac{2\pi}{3}) & \dots & L_{A2} \cos(p_2 \theta_R - p_2 \alpha + 5\beta_2 - \frac{2\pi}{3}) \\ L_{A2} \cos(p_2 \theta_R - p_2 \alpha + \frac{2\pi}{3}) & L_{A2} \cos(p_2 \theta_R - p_2 \alpha + \beta_2 + \frac{2\pi}{3}) & \dots & L_{A2} \cos(p_2 \theta_R - p_2 \alpha + 5\beta_2 + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} \quad 2.33$$

$$L_{2R3} = \begin{bmatrix} L_{A3} \cos(p_2 \theta_R - p_2 \alpha) & L_{A3} \cos(p_2 \theta_R - p_2 \alpha + \beta_2) & \dots & L_{A3} \cos(p_2 \theta_R - p_2 \alpha + 5\beta_2) \\ L_{A3} \cos(p_2 \theta_R - p_2 \alpha - \frac{2\pi}{3}) & L_{A3} \cos(p_2 \theta_R - p_2 \alpha + \beta_2 - \frac{2\pi}{3}) & \dots & L_{A3} \cos(p_2 \theta_R - p_2 \alpha + 5\beta_2 - \frac{2\pi}{3}) \\ L_{A3} \cos(p_2 \theta_R - p_2 \alpha + \frac{2\pi}{3}) & L_{A3} \cos(p_2 \theta_R - p_2 \alpha + \beta_2 + \frac{2\pi}{3}) & \dots & L_{A3} \cos(p_2 \theta_R - p_2 \alpha + 5\beta_2 + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

2.7 Cálculo da Matriz de Indutância Equivalente (L')

Tendo obtido, anteriormente, a matriz de transformação C e a matriz de indutância L dos circuitos da MIDASE, pode-se proceder ao cálculo da matriz de indutância equivalente, apresentada na Equação 2.10, e repetida na Equação 2.35.

$$L' = CLC^{-1} \quad (2.35)$$

A matriz de transformação C está repetida de forma estendida na Equação 2.36, ou seja, separando as sub-matrizes C_{R1} e C_{R2} , pertencentes a matriz C_R . As sub-matrizes C_{R1} e C_{R2} realizam a transformação das grandezas induzidas pelo primeiro enrolamento do estator nos circuitos do rotor e das grandezas induzidas pelo segundo enrolamento do estator nos circuitos do rotor, respectivamente.

$$C = \begin{bmatrix} C_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_{R1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{R2} \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

Como a matriz de transformação C não é uma matriz quadrada ela não tem uma inversa verdadeira, porém ela tem uma pseudo-inversa, que é igual a sua transposta, ou seja, $C^{-1} = C^t$ apresentada na Equação 2.37.

$$C^{-1} = \begin{bmatrix} C_1^t & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_2^t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_{R1}^t & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{R2}^t \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

A matriz de indutâncias L , que está na Equação 2.19, foi modificada para permitir a análise das grandezas induzidas por cada um dos enrolamentos do estator nos circuitos do rotor, separadamente, resultando na Equação 2.38.

$$L = \begin{bmatrix} L_{11} & 0 & L_{1R} & L_{1R} \\ 0 & L_{22} & L_{2R} & L_{2R} \\ L_{1R}^t & 0 & L_{RR} & 0 \\ 0 & L_{2R}^t & 0 & L_{RR} \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

Utilizando as Equações 2.36, 2.37 e 2.38 na Equação 2.35 chega-se a Equação 2.39.

$$L' = \begin{bmatrix} C_1 L_{11} C_1^T & 0 & C_1 L_{1R} C_{R1}^T & C_1 L_{1R} C_{R2}^T \\ 0 & C_2 L_{22} C_2^T & C_2 L_{2R} C_{R1}^T & C_2 L_{2R} C_{R2}^T \\ C_{R1} L_{1R} C_1^T & 0 & C_{R1} L_{RR} C_{R1}^T & 0 \\ 0 & C_{R2} L_{2R} C_2^T & 0 & C_{R2} L_{RR} C_{R2}^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L'_{11} & 0 & L'_{1R1} & L'_{1R2} \\ 0 & L'_{22} & L'_{2R1} & L'_{2R2} \\ L'_{R1} & 0 & L'_{1RR} & 0 \\ 0 & L'_{R2} & 0 & L'_{2RR} \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

As sub-matrizes L'_{11} e L'_{22} contêm as indutâncias de acoplamento do primeiro e do segundo enrolamento do estator, respectivamente. As sub-matrizes L'_{1RR} e L'_{2RR} contêm as indutâncias próprias dos circuitos do rotor. A sub-matriz L'_{1R1} contém as indutâncias de acoplamento entre o primeiro enrolamento do estator com as correntes que este primeiro enrolamento induz nos circuitos do rotor. A sub-matriz L'_{1R2} contém as indutâncias de acoplamento entre o primeiro enrolamento do estator, com as correntes que o segundo enrolamento do estator induz nos circuitos do rotor, ou seja, ela corresponde a um acoplamento cruzado entre o primeiro e o segundo enrolamento de forma indireta, através do rotor. A sub-matriz L'_{2R1} contém as indutâncias de acoplamento entre o segundo enrolamento do estator com as correntes que o primeiro enrolamento do estator induz nos circuitos do rotor, ou seja, esta sub-matriz também corresponde a um acoplamento cruzado entre o primeiro e o segundo enrolamento do estator, através dos circuitos do rotor. A sub-matriz L'_{2R2} contém as indutâncias de acoplamento entre o segundo enrolamento do estator com as correntes que este segundo enrolamento induz no rotor.

A sub-matriz L'_{R1} contém as indutâncias que acoplam as correntes induzidas no rotor pelo primeiro enrolamento do estator, com este enrolamento indutor e a sub-matriz L'_{1R1} contém as indutâncias que acoplam as correntes induzidas no rotor pelo segundo enrolamento do estator, com este enrolamento indutor.

O cálculo de cada uma das sub-matrizes da Equação 2.39 é apresentado no Apêndice I.

2.8 Equações de Enlace de Fluxo com Eixo de Referência no Rotor

Utilizando a matriz de indutância equivalente presente na Equação 2.39, cujos valores estão calculados no apêndice I, pode-se escrever a Equação 2.40 que relaciona os enlases de fluxo com as correntes, nas componentes dq0.

$$\begin{bmatrix} \lambda'_1 \\ \lambda'_2 \\ \lambda'_{R1} \\ \lambda'_{R2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L'_{11} & 0 & L'_{1R1} & L'_{1R2} \\ 0 & L'_{22} & L'_{2R1} & L'_{2R2} \\ L'_{1R1} & 0 & L'_{RR} & 0 \\ 0 & L'_{2R2} & 0 & L'_{RR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i'_1 \\ i'_2 \\ i'_{R1} \\ i'_{R2} \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

Os vetores λ'_1 e λ'_2 , que estão apresentados nas Equações 2.41 e 2.42, fornecem os enlases de fluxo, nas coordenadas dq0, do primeiro e do segundo enrolamento do estator, respectivamente, e os vetores i'_1 e i'_2 , que estão apresentados nas Equações 2.43 e 2.44, fornecem as correntes, nas coordenadas dq0, do primeiro e do segundo enrolamento do estator, respectivamente.

$$\lambda'_1 = [\lambda_{qa} \quad \lambda_{da} \quad \lambda_{0a}]^t \quad (2.41)$$

$$\lambda'_2 = [\lambda_{qA} \quad \lambda_{dA} \quad \lambda_{0A}]^t \quad (2.42)$$

$$i'_1 = [i_{qa} \quad i_{da} \quad i_{0a}]^t \quad (2.43)$$

$$i'_2 = [i_{qA} \quad i_{dA} \quad i_{0A}]^t \quad (2.44)$$

O vetor λ'_{R1} , que está dada na Equação 2.45, contém os enlases de fluxo dos circuitos do rotor, devido ao primeiro enrolamento do estator.

$$\lambda'_{R1} = [\lambda_{q1a} \quad \lambda_{d1a} \quad \lambda_{q2a} \quad \lambda_{d2a} \quad \lambda_{q3a} \quad \lambda_{d3a}] \quad (2.45)$$

Na Equação 2.45, as componentes λ_{q1a} e λ_{d1a} correspondem aos fluxos nos eixos qd, respectivamente, do primeiro sistema de *loops* do rotor. Da mesma forma, λ_{q2a} e λ_{d2a} , são referentes ao segundo sistema, λ_{q3a} e λ_{d3a} , ao terceiro sistema do rotor.

O vetor λ'_{R2} , dada na Equação 2.46, contém os enlases de fluxo dos circuitos do rotor, devido ao segundo enrolamento do estator.

$$\lambda'_{R2} = [\lambda_{q1A} \quad \lambda_{d1A} \quad \lambda_{q2A} \quad \lambda_{d2A} \quad \lambda_{q3A} \quad \lambda_{d3A}] \quad (2.46)$$

As componentes de corrente induzidas nos circuitos do rotor, pelo primeiro e pelo segundo enrolamento do estator, são apresentadas nas Equações 2.47 e 2.48, respectivamente.

$$\mathbf{i}'_{R1} = [i_{q1a} \quad i_{d1a} \quad i_{q2a} \quad i_{d2a} \quad i_{q3a} \quad i_{d3a}] \quad (2.47)$$

$$\mathbf{i}'_{R2} = [i_{q1A} \quad i_{d1A} \quad i_{q2A} \quad i_{d2A} \quad i_{q3A} \quad i_{d3A}] \quad (2.48)$$

2.9 Equações de Tensão para os Circuitos da MIDASE

As tensões aplicadas a cada um dos enrolamentos do estator serão iguais à soma de uma componente devido à queda de tensão nas resistências dos enrolamentos e da tensão induzida devido à variação do fluxo magnético concatenado nos enrolamentos, ou seja,

- Para o primeiro enrolamento:

$$v_a = r_a i_a + \frac{d\lambda_a}{dt} \quad (2.49)$$

$$v_b = r_b i_b + \frac{d\lambda_b}{dt} \quad (2.50)$$

$$v_c = r_c i_c + \frac{d\lambda_c}{dt} \quad (2.51)$$

- Para o segundo enrolamento:

$$v_A = r_A i_A + \frac{d\lambda_A}{dt} \quad (2.52)$$

$$v_B = r_B i_B + \frac{d\lambda_B}{dt} \quad (2.53)$$

$$v_C = r_C i_C + \frac{d\lambda_C}{dt} \quad (2.54)$$

Aos circuitos do rotor não são aplicadas tensão, logo o lado esquerdo da equação é nulo, como visto nas Equações 2.55 a 2.57.

$$0 = r_1 i_1 + \frac{d\lambda_1}{dt} \quad (2.55)$$

$$0 = r_2 i_2 + \frac{d\lambda_2}{dt} \quad (2.56)$$

\vdots

$$0 = r_{Nr} i_{Nr} + \frac{d\lambda_{Nr}}{dt} \quad (2.57)$$

2.10 Equações de Tensão para os Circuitos da MIDASE em dq0

As equações de tensão para o primeiro enrolamento do estator, nas componentes dq0, estão dadas nas Equações 2.58, 2.59 e 2.60.

$$v_{qa} = r_a i_{qa} + \omega_r \lambda_{da} + \frac{d\lambda_{qa}}{dt} \quad (2.58)$$

$$v_{da} = r_a i_{da} - \omega_r \lambda_{qa} + \frac{d\lambda_{da}}{dt} \quad (2.59)$$

$$v_{0a} = r_a i_{0a} + \omega_r \lambda_{0a} + \frac{d\lambda_{0a}}{dt} \quad (2.60)$$

As equações de tensão para o segundo enrolamento do estator, nas componentes dq0, estão dadas nas Equações 2.61, 2.62 e 2.63.

$$v_{qA} = r_A + \omega_r \lambda_{dA} + \frac{d\lambda_{qA}}{dt} \quad (2.61)$$

$$v_{dA} = r_A i_{dA} - \omega_r \lambda_{qA} + \frac{d\lambda_{dA}}{dt} \quad (2.62)$$

$$v_{0A} = r_A i_{0A} + \omega_r \lambda_{0A} + \frac{d\lambda_{0A}}{dt} \quad (2.63)$$

Nestas equações de tensão, ω_r é a velocidade do rotor da MIDASE. Além disso, os valores das resistências elétricas de um mesmo enrolamento são iguais nas três fases, e têm-se valores diferentes para o primeiro e para o segundo enrolamento do estator.

Comparando-se as equações de tensão 2.58 a 2.63 com as Equações 2.49 a 2.54, nota-se que as primeiras tem uma componente de tensão proporcional à velocidade. Esta condição é devida à transformação das grandezas na máquina a um referencial com velocidade arbitrária.

Lembrando que não existe alimentação de tensão nos circuitos do rotor, têm-se, para as correntes induzidas pelo primeiro enrolamento do estator nestes circuitos, as Equações 2.64 a 2.69.

$$0 = r_1 i_{q1a} + \frac{d\lambda_{q1a}}{dt} \quad (2.64)$$

$$0 = r_1 i_{d1a} + \frac{d\lambda_{d1a}}{dt} \quad (2.65)$$

$$0 = r_2 i_{q2a} + \frac{d\lambda_{q2a}}{dt} \quad (2.66)$$

$$0 = r_2 i_{d2a} + \frac{d\lambda_{d2a}}{dt} \quad (2.67)$$

$$0 = r_3 i_{q3a} + \frac{d\lambda_{q3a}}{dt} \quad (2.68)$$

$$0 = r_3 i_{d3a} + \frac{d\lambda_{d3a}}{dt} \quad (2.69)$$

As Equações 2.64 e 2.65 são referentes aos circuitos do primeiro sistema do rotor, as Equações 2.66 e 2.67 aos circuitos do segundo sistema do rotor, e as Equações 2.68 e 2.69 aos circuitos do terceiro sistema do rotor.

Para as correntes induzidas pelo segundo enrolamento do estator, têm-se as seguintes equações,

$$0 = r_1 i_{q1A} + \frac{d\lambda_{q1A}}{dt} \quad (2.70)$$

$$0 = r_1 i_{d1A} + \frac{d\lambda_{d1A}}{dt} \quad (2.71)$$

$$0 = r_2 i_{q2A} + \frac{d\lambda_{q2A}}{dt} \quad (2.72)$$

$$0 = r_2 i_{d2A} + \frac{d\lambda_{d2A}}{dt} \quad (2.73)$$

$$0 = r_3 i_{q3A} + \frac{d\lambda_{q3A}}{dt} \quad (2.74)$$

$$0 = r_3 i_{d3A} + \frac{d\lambda_{d3A}}{dt} \quad (2.75)$$

Da mesma forma definida anteriormente, as Equações 2.70 e 2.71 são referentes aos circuitos do primeiro sistema do rotor, as Equações 2.72 e 2.73 aos circuitos do segundo sistema e as Equações 2.74 e 2.75 aos circuitos do terceiro sistema.

As resistências dos circuitos do rotor são iguais para *loops* pertencentes a um mesmo sistema e diferentes para *loops* de sistemas diferentes.

2.11 Torque Elétrico e Potência de Entrada

A MIDASE apresenta dois tipos de acoplamento magnético entre os campos girantes do seu entreferro, um denominado acoplamento direto e o outro denominado acoplamento cruzado, os quais estão explicados no item 1.1. O torque elétrico no eixo da máquina resulta diretamente destes dois tipos de acoplamento, dando origem a um torque composto pela soma de quatro torques parcial, como visto na Equação 2.76.

$$T = T_{11} + T_{22} + T_{12} + T_{21} \quad (2.76)$$

O torque parcial T_{11} é oriundo do acoplamento direto entre o primeiro enrolamento do estator com as correntes que este enrolamento induz nos circuitos do rotor. Este torque é dado pela equação 2.77.

$$T_{11} = p_1 \left(L_{qa1} (i_{qa} i_{d1a} - i_{da} i_{q1a}) + L_{qa2} (i_{qa} i_{d2a} - i_{da} i_{q2a}) + L_{qa3} (i_{qa} i_{d3a} - i_{da} i_{q3a}) \right) \quad (2.77)$$

Em que, p_1 é o número de pares de polos do primeiro enrolamento do estator, L_{qa1} , L_{qa2} e L_{qa3} são os valores máximos das indutâncias que acoplam o primeiro enrolamento do estator com o sistema 1, sistema 2 e sistema 3 do rotor, respectivamente.

O torque T_{22} também é oriundo do acoplamento direto, porém entre o segundo enrolamento do estator e as correntes que este enrolamento induz nos circuitos do rotor. Este torque é dado pela Equação 2.78.

$$T_{22} = p_2 \left(L_{qA1}(i_{qA}i_{d1A} - i_{dA}i_{q1A}) + L_{qA2}(i_{qA}i_{d2A} - i_{dA}i_{q2A}) + L_{qA3}(i_{qA}i_{d3A} - i_{dA}i_{q3A}) \right) \quad (2.78)$$

Em que, p_2 é o número de pares de polos do segundo enrolamento do estator, L_{qa1} , L_{qa2} e L_{qa3} são as indutâncias que acoplam o segundo enrolamento do estator com cada um dos três sistemas do rotor, respectivamente.

O torque T_{12} é oriundo do acoplamento cruzado entre o primeiro enrolamento do estator e as correntes que o segundo enrolamento do estator induz nos circuitos do rotor. Este torque é dado pela Equação 2.79.

$$T_{12} = -p_1 \left(L_{qa1}(i_{qa}i_{d1A} - i_{da}i_{q1A}) + L_{qa2}(i_{qa}i_{d2A} - i_{da}i_{q2A}) + L_{qa3}(i_{qa}i_{d3A} - i_{da}i_{q3A}) \right) \quad (2.79)$$

O torque T_{21} também é oriundo do acoplamento cruzado, porém entre as correntes do segundo enrolamento do estator e as correntes que o primeiro enrolamento do estator induz nos circuitos do rotor. Este torque é dado pela Equação 2.80.

$$T_{21} = -p_2 \left(L_{qA1}(i_{qA}i_{d1a} - i_{dA}i_{q1a}) + L_{qA2}(i_{qA}i_{d2a} - i_{dA}i_{q2a}) + L_{qA3}(i_{qA}i_{d3a} - i_{dA}i_{q3a}) \right) \quad (2.80)$$

Utilizando as tensões e correntes dos enrolamentos do estator nas componentes dq0, efetua-se o cálculo da potência de entrada de cada um dos enrolamentos da máquina através das Equações 2.81 e 2.82.

$$P = (V_d i_d + V_q i_q + 2V_0 i_0) \quad (2.81)$$

$$Q = (V_q i_d - V_d i_q) \quad (2.82)$$

2.12 Sistema de Equações Utilizadas para a Implementação Computacional

Para a implementação do modelo matemático no Simulink, o sistema de equações final utilizado está apresentado nas equações seguintes.

- Equações de tensão para o primeiro enrolamento do estator

$$v_{qa} = r_a i_{qa} + \omega_r \lambda_{da} + \frac{d\lambda_{qa}}{dt} \quad (2.82)$$

$$v_{da} = r_a i_{da} - \omega_r \lambda_{qa} + \frac{d\lambda_{da}}{dt} \quad (2.83)$$

$$v_{0a} = r_a i_{0a} + \omega_r \lambda_{0a} + \frac{d\lambda_{0a}}{dt} \quad (2.84)$$

- Equações de tensão para o segundo enrolamento do estator

$$v_{qA} = r_A + \omega_r \lambda_{dA} + \frac{d\lambda_{qA}}{dt} \quad (2.85)$$

$$v_{dA} = r_A i_{dA} - \omega_r \lambda_{qA} + \frac{d\lambda_{dA}}{dt} \quad (2.86)$$

$$v_{0A} = r_A i_{0A} + \omega_r \lambda_{0A} + \frac{d\lambda_{0A}}{dt} \quad (2.87)$$

- Equações de tensão do rotor induzidas pelo primeiro enrolamento do estator

$$0 = r_1 i_{q1a} + \frac{d\lambda_{q1a}}{dt} \quad (2.88)$$

$$0 = r_1 i_{d1a} + \frac{d\lambda_{d1a}}{dt} \quad (2.89)$$

$$0 = r_2 i_{q2a} + \frac{d\lambda_{q2a}}{dt} \quad (2.90)$$

$$0 = r_2 i_{d2a} + \frac{d\lambda_{d2a}}{dt} \quad (2.91)$$

$$0 = r_3 i_{q3a} + \frac{d\lambda_{q3a}}{dt} \quad (2.92)$$

$$0 = r_3 i_{d3a} + \frac{d\lambda_{d3a}}{dt} \quad (2.93)$$

- Equações de tensão induzidas pelo segundo enrolamento do estator

$$0 = r_1 i_{q1A} + \frac{d\lambda_{q1A}}{dt} \quad (2.94)$$

$$0 = r_1 i_{d1A} + \frac{d\lambda_{d1A}}{dt} \quad (2.95)$$

$$0 = r_2 i_{q2A} + \frac{d\lambda_{q2A}}{dt} \quad (2.96)$$

$$0 = r_2 i_{d2A} + \frac{d\lambda_{d2A}}{dt} \quad (2.97)$$

$$0 = r_3 i_{q3A} + \frac{d\lambda_{q3A}}{dt} \quad (2.98)$$

$$0 = r_3 i_{d3A} + \frac{d\lambda_{d3A}}{dt} \quad (2.99)$$

- A Equação que relaciona os enlaces de fluxos com as diversas correntes dos circuitos da máquina.

$$\begin{bmatrix} \lambda'_1 \\ \lambda'_2 \\ \lambda'_{R1} \\ \lambda'_{R2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L'_{11} & 0 & L'_{1R1} & L'_{1R2} \\ 0 & L'_{22} & L'_{2R1} & L'_{2R2} \\ L'_{1R1} & 0 & L'_{RR} & 0 \\ 0 & L'_{2R2} & 0 & L'_{RR} \end{bmatrix}_{18 \times 18} \cdot \begin{bmatrix} i'_1 \\ i'_2 \\ i'_{R1} \\ i'_{R2} \end{bmatrix} \quad (2.100)$$

- As Equações que fornecem o torque elétrico da máquina a partir das correntes e das indutâncias de acoplamento entre os circuitos.

$$T = T_{11} + T_{22} + T_{12} + T_{21} \quad (2.101)$$

$$T_{11} = p_1 \left(L_{qa1} (i_{qa} i_{d1a} - i_{da} i_{q1a}) + L_{qa2} (i_{qa} i_{d2a} - i_{da} i_{q2a}) + L_{qa3} (i_{qa} i_{d3a} - i_{da} i_{q3a}) \right) \quad (2.102)$$

$$T_{22} = p_2 \left(L_{qA1} (i_{qA} i_{d1A} - i_{dA} i_{q1A}) + L_{qA2} (i_{qA} i_{d2A} - i_{dA} i_{q2A}) + L_{qA3} (i_{qA} i_{d3A} - i_{dA} i_{q3A}) \right) \quad (2.103)$$

$$T_{12} = -p_1 \left(L_{qa1}(i_{qa}i_{d1A} - i_{da}i_{q1A}) + L_{qa2}(i_{qa}i_{d2A} - i_{da}i_{q2A}) + L_{qa3}(i_{qa}i_{d3A} - i_{da}i_{q3A}) \right) \quad (2.104)$$

$$T_{21} = -p_2 \left(L_{qA1}(i_{qA}i_{d1a} - i_{dA}i_{q1a}) + L_{qA2}(i_{qA}i_{d2a} - i_{dA}i_{q2a}) + L_{qA3}(i_{qA}i_{d3a} - i_{dA}i_{q3a}) \right) \quad (2.105)$$

- As Equações fornecem as potências ativas e reativas em função correntes e tensões.

$$P = (V_d i_d + V_q i_q + 2V_0 i_0) \quad (2.106)$$

$$Q = (V_q i_d - V_d i_q) \quad (2.107)$$

Para obterem-se as correntes do estator, nas componentes trifásicas, a partir das correntes em dq0 utilizou-se a Equação 2.109.

$$I_{abc} = C_{12}^{-1} I_{dq0} \quad (2.108)$$

Na qual

$$C_{12} = \begin{bmatrix} C_1 & 0 \\ 0 & C_2 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

Onde C_1 e C_2 são as matrizes de transformação para o primeiro e segundo enrolamento do estator, respectivamente.

Capítulo 3

3 Implementação do Modelo Matemático

Neste capítulo será apresentada a implementação do modelo matemático da MIDASE, resumido nas equações do item 2.12, no software comercial Matlab/Simulink. As equações foram implementadas em diagrama de blocos, possibilitando uma interface clara para a análise das simulações a serem efetuadas, e uma maior facilidade de alteração e uso do programa. Além disso, a implementação segue a mesma metodologia utilizada no desenvolvimento das equações, no sentido de realizar a separação entre as grandezas induzidas por cada um dos enrolamentos do estator, nos circuitos do rotor e com isto, permitir a análise do acoplamento cruzado presente no funcionamento da MIDASE.

Para facilitar o entendimento da implementação do modelo, optou-se por uma explicação gradual de cada bloco com sua respectiva equação. A implementação foi desenvolvida a partir da tensão de alimentação trifásica, aplicada a cada um dos enrolamentos do estator, e seguindo gradualmente, até as equações de conjugado e potência.

No decorrer da explicação, o primeiro enrolamento do estator será referido como enrolamento de potência, pelo fato deste enrolamento permanecer diretamente ligado à rede de potência, enquanto o segundo enrolamento do estator será referido como enrolamento de controle, pelo fato deste segundo enrolamento ser alimentado a partir de um inversor de frequência, no intuito de controlar a operação da máquina.

A Figura 3.1 apresenta o diagrama de blocos completo desenvolvido no software Simulink.

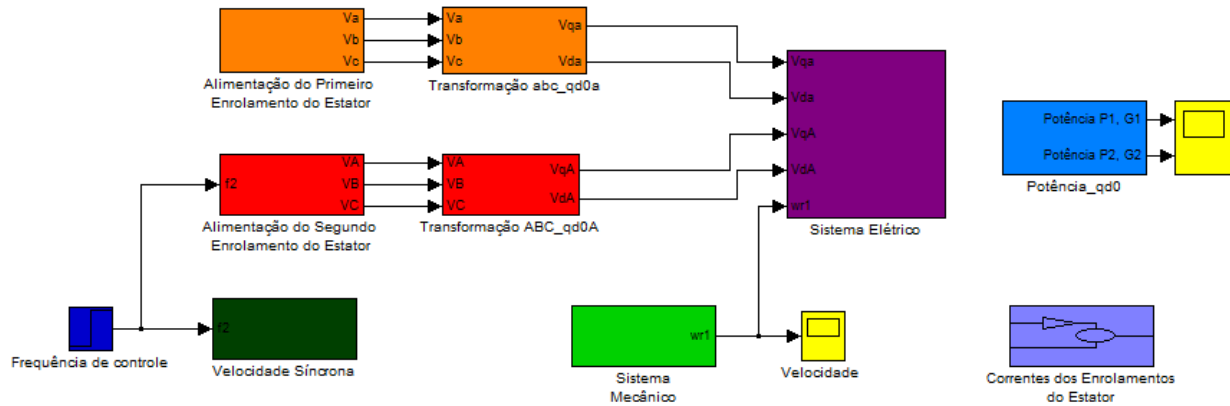


Figure 3. 1 - Diagrama de blocos completo implementado no Simulink, que simula o comportamento da MIDASE a partir das equações que descrevem seu funcionamento.

Alguns parâmetros responsáveis pelo desempenho da MIDASE são definidos no script do programa. São eles:

- A matriz de indutância equivalente L' , que dependerá dos parâmetros de indutância entre os diversos circuitos.
- As resistências de cada enrolamento do estator e as resistências de cada loop que formam os circuitos do rotor.
- A frequência de alimentação do primeiro enrolamento do estator.
- O número de pares de polos de cada um dos enrolamentos do estator.

Na Figura 3.2, está apresentado o script para simulação da MIDASE, com a matriz equivalente calculada no Apêndice II.

```

1 - L=[0.07344 0 0 0 0 0 2.8638e-4 0 8.2732e-4 0 1.2728e-3 0 2.8638e-4 0 8.2732e-4 0 1.2728e-3 0
2 -     0 0.07344 0 0 0 0 2.8638e-4 0 8.2732e-4 0 1.2728e-3 0 -2.8638e-4 0 -8.2732e-4 0 -1.2728e-3
3 -     0 0 0.00144 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
4 -     0 0 0 0.0672 0 0 2.6729e-4 0 6.7882e-4 0 7.7428e-4 0 2.6729e-4 0 6.7882e-4 0 7.7428e-4 0
5 -     0 0 0 0 0.0672 0 0 -2.6729e-4 0 -6.7882e-4 0 -7.7428e-4 0 2.6729e-4 0 6.7882e-4 0 7.7428e-4
6 -     0 0 0 0 0 0.0027 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
7 -     2.8638e-4 0 0 0 0 0 8.555e-6 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
8 -     0 2.8638e-4 0 0 0 0 8.555e-6 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
9 -     8.2732e-4 0 0 0 0 0 0 0 2.259e-5 0 0 0 0 0 0 0 0
10 -    0 8.2732e-4 0 0 0 0 0 0 2.259e-5 0 0 0 0 0 0 0 0
11 -    1.2728e-3 0 0 0 0 0 0 0 0 3.661e-5 0 0 0 0 0 0 0
12 -    0 1.2728e-3 0 0 0 0 0 0 0 0 3.661e-5 0 0 0 0 0 0
13 -    0 0 0 2.6729e-4 0 0 0 0 0 0 0 8.555e-6 0 0 0 0 0
14 -    0 0 0 0 2.6729e-4 0 0 0 0 0 0 8.555e-6 0 0 0 0 0
15 -    0 0 0 6.7882e-4 0 0 0 0 0 0 0 0 2.259e-5 0 0 0 0
16 -    0 0 0 0 6.7882e-4 0 0 0 0 0 0 0 0 2.259e-5 0 0 0
17 -    0 0 0 7.7428e-4 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 3.661e-5 0
18 -    0 0 0 0 7.7428e-4 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 3.661e-5];
19
20 - D=inv(L);
21
22 - ra=0.319;
23 - rA=0.7;
24
25 - r1=0.000115;
26 - r2=0.000134;
27 - r3=0.00015;
28
29 - p1=2;
30 - p2=4;
31 - f1=50;

```

Figure 3.2 - Script para simulação da MIDASE utilizando a matriz de indutância equivalente calculada no Apêndice II

Os outros parâmetros que irão determinar o comportamento da MIDASE poderão ser alterados diretamente no diagrama de blocos. São eles:

- O valor de pico das tensões de alimentação do primeiro e do segundo enrolamento do estator. Por exemplo, o valor de pico da tensão da fase A do segundo enrolamento, pode ser alterado no bloco em vermelho na Figura 3.1, denominado “Alimentação do Segundo Enrolamento do Estator”, dentro do qual encontram-se os blocos da Figura 3.3, alterando-se o ganho identificado como “Valor de Pico da Tensão VA”.
- A frequência do enrolamento de controle pode ser alterada no bloco em azul na Figura 3.1, denominado “Frequência de Controle”.
- O torque de carga que a máquina irá acionar no bloco em verde na Figura 3.1, denominado “Sistema Mecânico”.

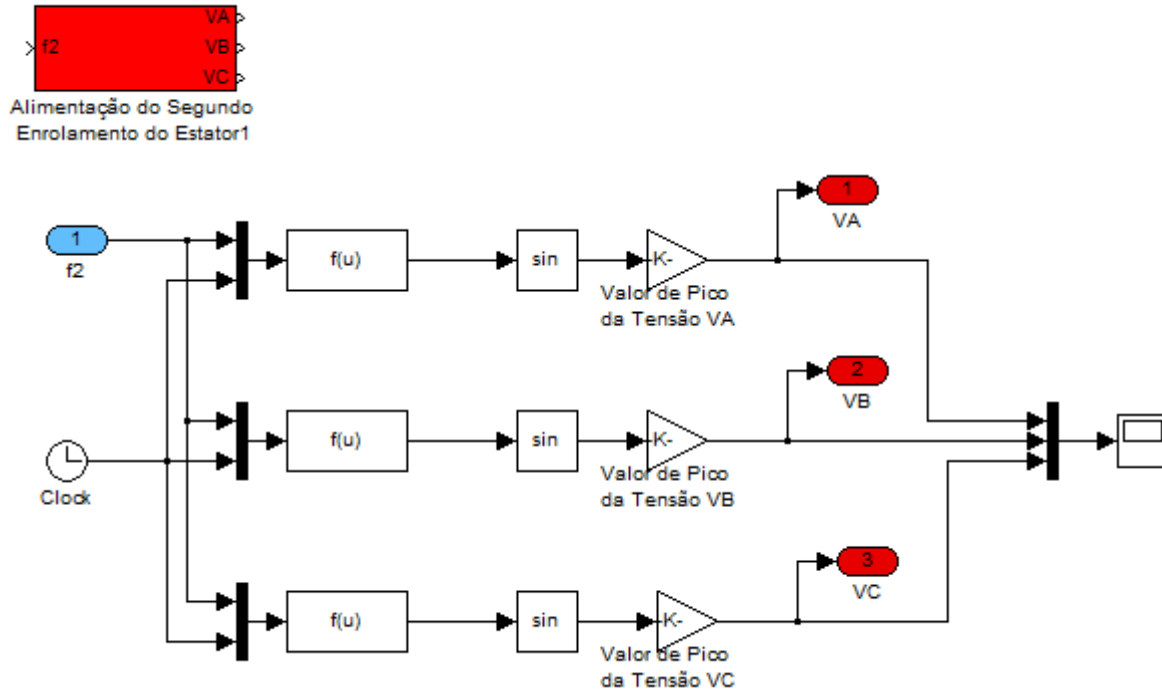


Figure 3. 3 - Diagrama de blocos correspondente à tensão de alimentação do segundo enrolamento do estator.

As tensões trifásicas aplicadas aos enrolamentos do estator são transformadas para um eixo de referência fixo ao rotor através dos blocos “Transformação abc_qd0a” e “Transformação ABC_qd0A” visto na Figura 3.1. Na Equação 3.1 está apresentada a forma das equações implementadas nestes blocos.

$$[V_{dq0}] = C_1[V_{ABC}] \quad (3.1)$$

Cujo valor de C_1 , dado anteriormente, está repetido na Equação 3.2.

$$C_1 = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos(p_1\theta_R + fase) & \cos(p_1\theta_R - \frac{2\pi}{3} + fase) & \cos(p_1\theta_R + \frac{2\pi}{3} + fase) \\ \sin(p_1\theta_R + fase) & \sin(p_1\theta_R - \frac{2\pi}{3} + fase) & \sin(p_1\theta_R + \frac{2\pi}{3} + fase) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Sendo p_1 o número pares de polos do enrolamento no qual se esta realizando a transformação e θ_R , que está dado na Equação 3.3 em função do tempo t , o ângulo que fornece a posição do rotor em relação ao estator. O referencial para este ângulo é o ponto onde a fase “A” do

primeiro enrolamento do estator esta alinhada com o primeiro ninho do rotor, ou seja, neste ponto $\theta_r = 0$ quando $t = 0$.

$$\theta_r = \omega_r t \quad (3.3)$$

Na Equação 3.3, ω_r é a velocidade síncrona do rotor, dada pela Equação 3.4 em radianos por segundo (rad/s).

$$\omega_r = 2\pi \frac{f_1 \pm f_2}{p_1 + p_2} \quad (3.4)$$

Esta equação de velocidade encontra-se implementada no bloco de cor verde escuro, denominado “Velocidade Síncrona”, visto na Figura 3.1. Além de realimentar a matriz de transformação, esta velocidade síncrona é utilizada na modelagem mecânica do transitório da máquina, como será visto posteriormente.

A implementação da Equação 3.1 em diagramas de blocos pode ser vista na Figura 3.4. Como as tensões transformadas são trifásicas equilibradas, obtêm-se como saída apenas as componentes “q” e “d”, visto que a componente de sequência zero é nula. Além das tensões e da velocidade síncrona ω_r , o bloco que realiza a transformada ainda tem como entrada uma constante de fase, que pode ser vista em um bloco de entrada em azul, na Figura 3.4, denominado “Fase Advinda do Sistema Mecânico”, cujo valor é realimentado da modelagem mecânica do transitório da máquina.

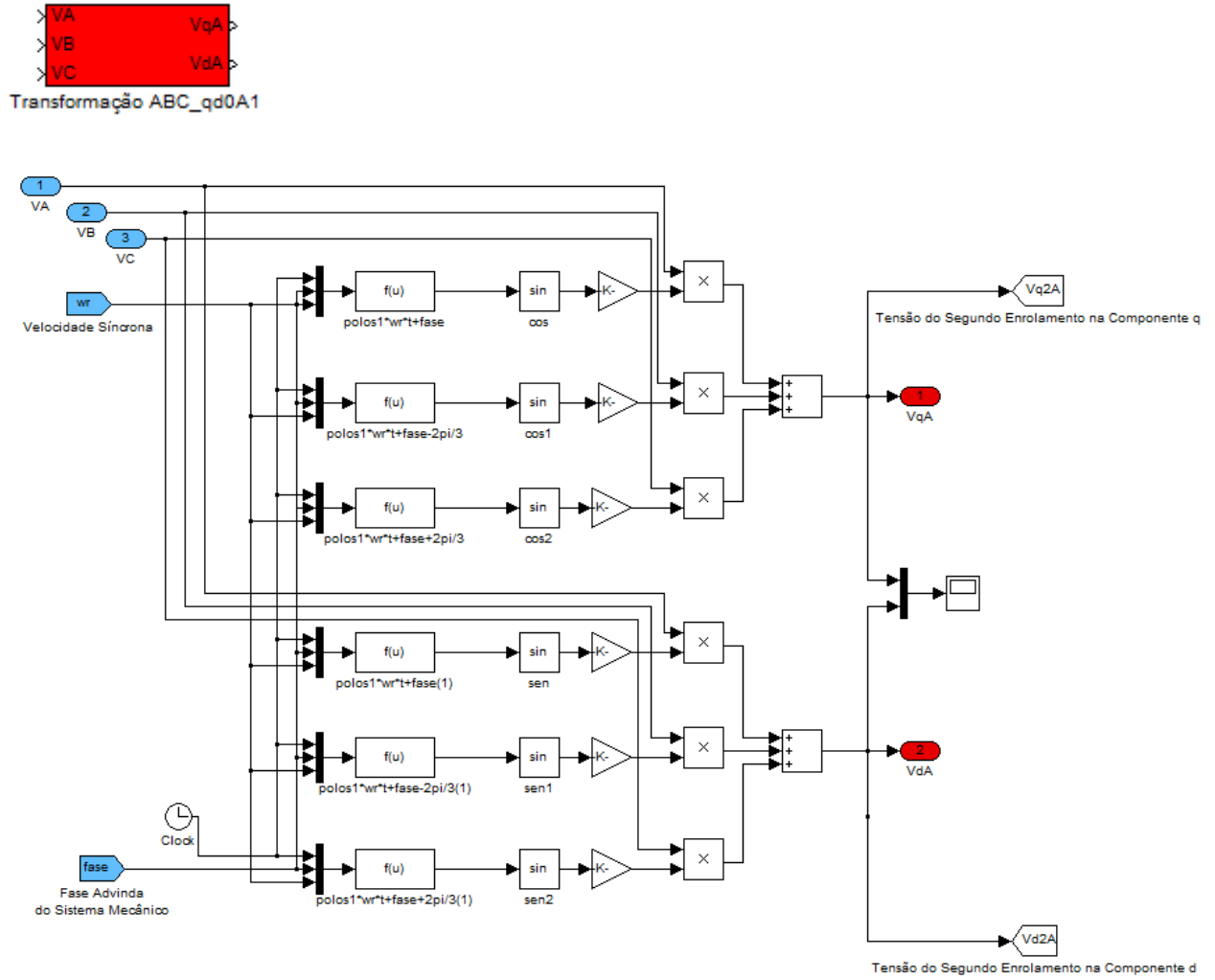


Figure 3. 4 - Diagrama de blocos que implementa a transformação das tensões trifásicas de um dos enrolamentos do estator, nas tensões em componentes dq0.

Com as tensões de alimentação referidas ao rotor, efetua-se o cálculo dos enlaces de fluxo e das correntes em cada um dos circuitos da MIDASE.

A relação entre os enlaces de fluxo e as correntes nos diversos circuitos está repetida na Equação 3.5.

$$\begin{bmatrix} \lambda'_1 \\ \lambda'_2 \\ \lambda'_{R1} \\ \lambda'_{R2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L'_{11} & 0 & L'_{1R1} & L'_{1R2} \\ 0 & L'_{22} & L'_{2R1} & L'_{2R2} \\ L'_{1R1} & 0 & L'_{RR} & 0 \\ 0 & L'_{2R2} & 0 & L'_{RR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i'_1 \\ i'_2 \\ i'_{R1} \\ i'_{R2} \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Multiplicando-se ambos os lados da Equação 3.5 por L'^{-1} obtêm-se a Equação 3.6.

$$\begin{bmatrix} i'_1 \\ i'_2 \\ i'_{R1} \\ i'_{R2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L'_{11} & 0 & L'_{1R1} & L'_{1R2} \\ 0 & L'_{22} & L'_{2R1} & L'_{2R2} \\ L'_{1R1} & 0 & L'_{RR} & 0 \\ 0 & L'_{2R2} & 0 & L'_{RR} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \lambda'_1 \\ \lambda'_2 \\ \lambda'_{R1} \\ \lambda'_{R2} \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Esta equação é mais conveniente, pois expressa as correntes em função dos enlaces de fluxo, os quais serão calculados a partir da integral das tensões induzidas em cada circuito, visto que a integração é uma operação simples de ser realizada no Simulink. Na Figura 3.5 pode ser visto o ganho denominado “Inversa da Matriz de Impedância Equivalente”, no qual esta implementada a matriz inversa L'^{-1} . A matriz inversa multiplica as entradas composta por um vetor de enlaces de fluxo, fornecendo as correntes em cada circuito da MIDASE como saída.

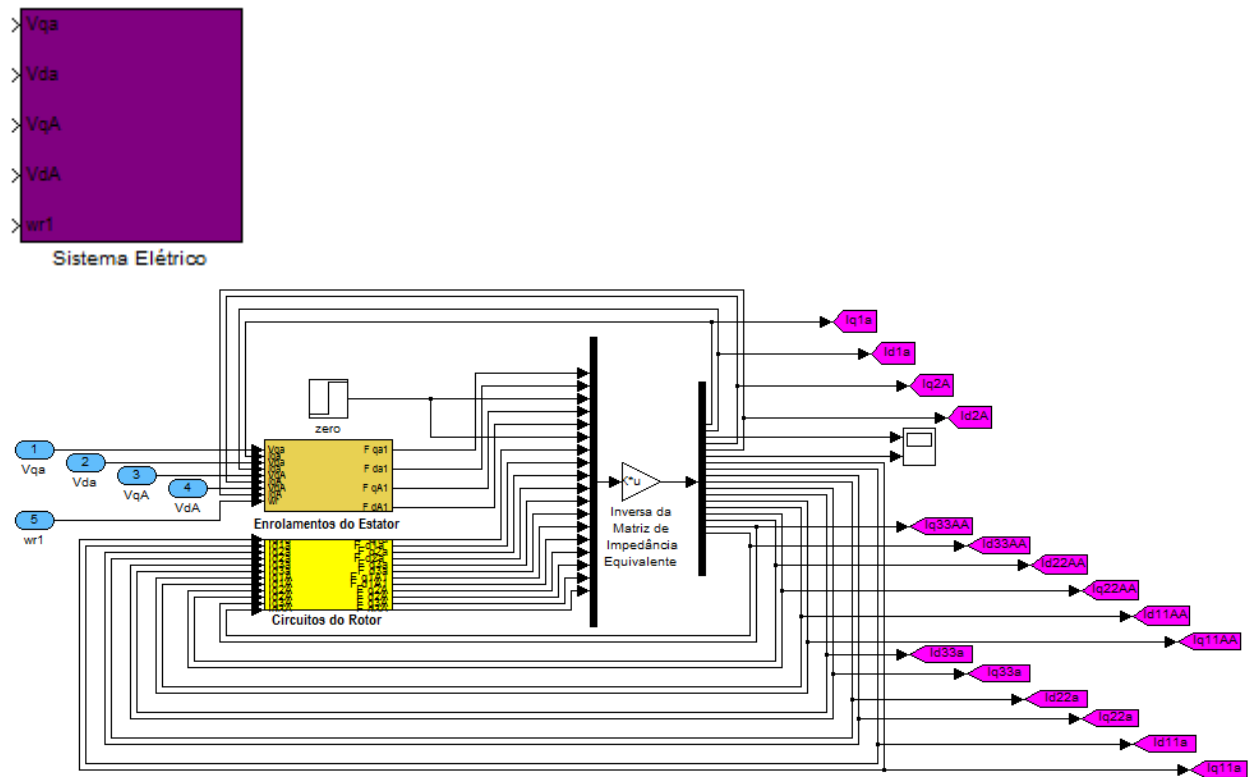


Figure 3. 5 - Diagrama de blocos que efetua o cálculo, de forma iterativa, das correntes e enlaces de fluxo de cada um dos circuitos.

Os enlaces de fluxo utilizados para o cálculo das correntes são obtidos das equações de tensão nas componentes dq0, dadas nas Equações 2.82 a 2.84 para o primeiro enrolamento e 2.85 a 2.87 para o segundo enrolamento do estator.

Manipulando algebricamente estas equações, é possível obter-se as Equações 3.7 a 3.10, onde os valores de enlaces de fluxo estão colocados em evidência.

$$\lambda_{qa} = \int (v_{qa} - r_a i_{qa} - \omega_r \lambda_{da}) dt \quad (3.7)$$

$$\lambda_{da} = \int (v_{da} - r_a i_{da} + \omega_r \lambda_{qa}) dt \quad (3.8)$$

$$\lambda_{qA} = \int (v_{qA} - r_A i_{qA} - \omega_r \lambda_{dA}) dt \quad (3.9)$$

$$\lambda_{dA} = \int (v_{dA} - r_A i_{dA} + \omega_r \lambda_{qA}) dt \quad (3.10)$$

Na Figura 3.6 estão os blocos que contêm as Equações 3.7 a 3.10, com a visão explodida do bloco correspondente ao primeiro enrolamento cujas Equações 3.7 e 3.8 estão efetivamente implementadas. O bloco “Enrolamentos do Estator”, da Figura 3.6, advém do diagrama da Figura 3.5.

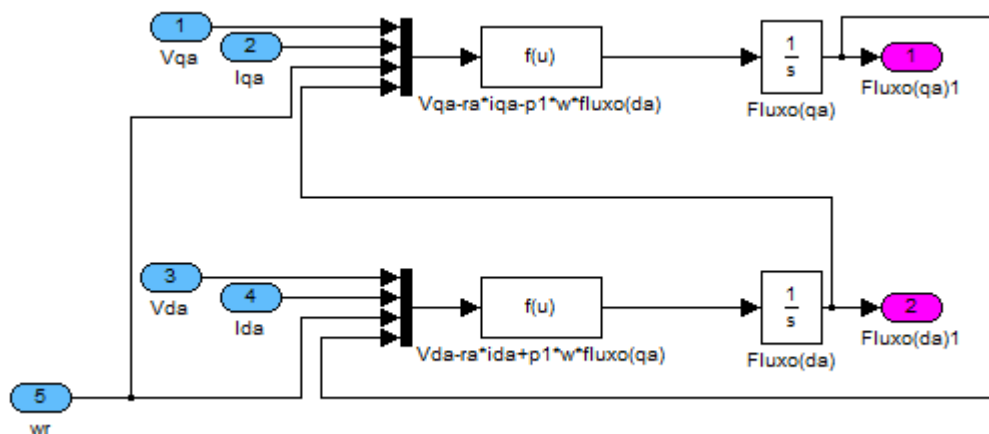
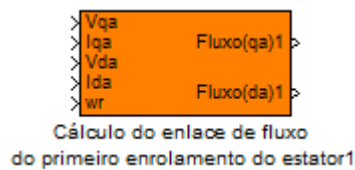
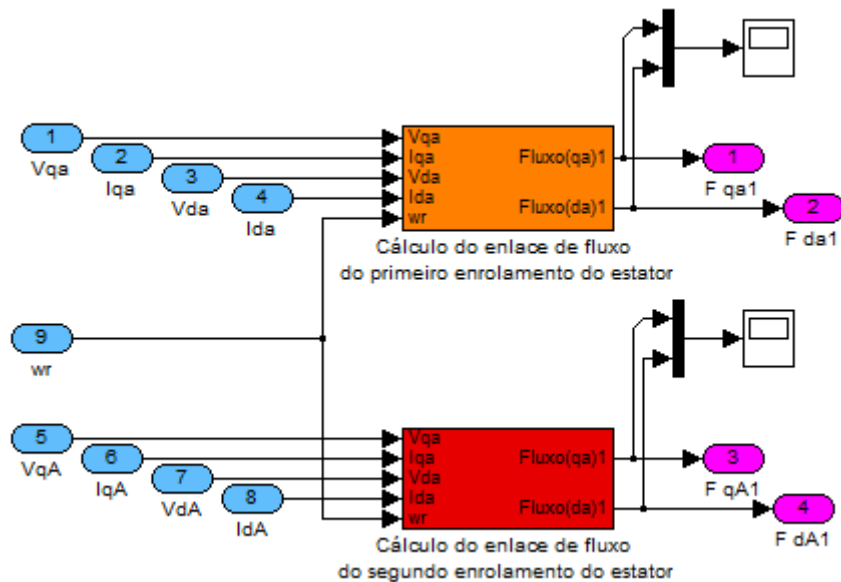
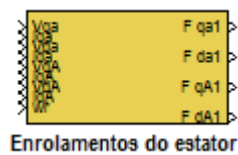


Figure 3. 6 - Diagrama de blocos cujas entradas são tensões e correntes, e as saídas são os fluxos enlaçados pelo estator, com a vista explodida de um destes blocos.

Para os sistemas que compõem os circuitos do rotor têm-se as Equações 3.11 a 3.15, das grandezas induzidas pelo primeiro enrolamento do estator.

$$\lambda_{q1a} = - \int r_1 i_{q1a} dt \quad (3.11)$$

$$\lambda_{d1a} = - \int r_1 i_{d1a} dt \quad (3.12)$$

$$\lambda_{q2a} = - \int r_2 i_{q2a} dt \quad (3.13)$$

$$\lambda_{d2a} = - \int r_2 i_{d1a} dt \quad (3.14)$$

$$\lambda_{q3a} = - \int r_3 i_{q3a} dt \quad (3.15)$$

Em cada uma destas equações do rotor o fluxo foi colocado em evidência da mesma forma que as equações de tensão do estator, porém no rotor as tensões são nulas, uma vez que os *loops* são curto-circuitados. Os sub-índices 1, 2 e 3, referem-se aos sistemas 1, 2 e 3 dos circuitos do rotor, respectivamente, e r_1, r_2 e r_3 são as resistências de cada sistema. As correntes induzidas nos circuitos do rotor pelo segundo enrolamento do estator seguem a mesma estrutura. O diagrama de blocos que contém as Equações 3.11 a 3.15, além das equações com as grandezas induzidas pelo segundo enrolamento, pode ser visto na Figura 3.7, com a vista explodida de um destes blocos onde uma das equações está efetivamente implementada. Estas equações têm como entrada as correntes e como saída os enlaces de fluxo.

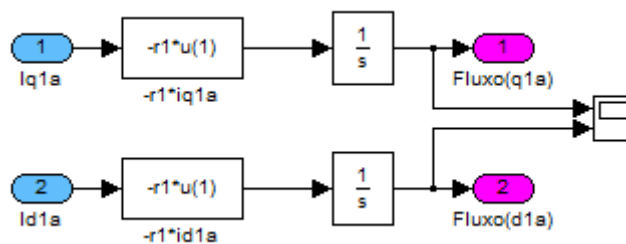
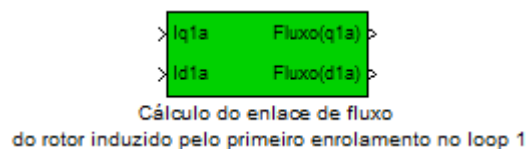
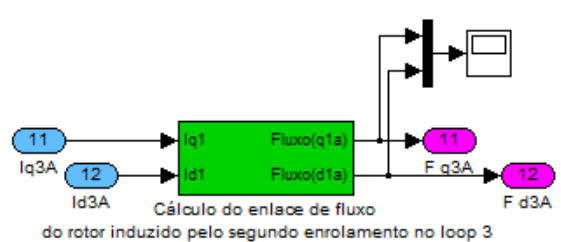
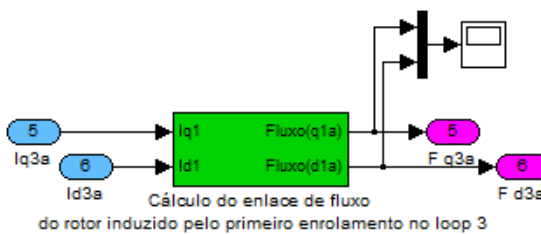
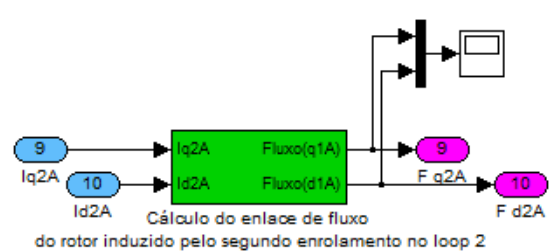
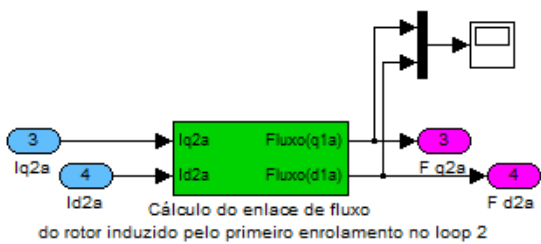
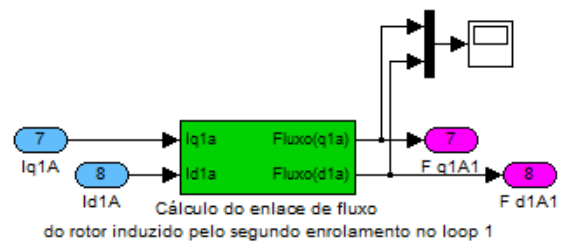
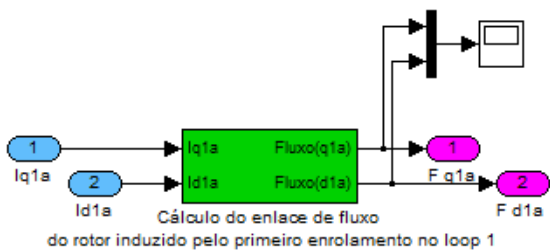
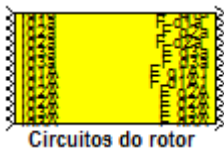


Figure 3. 7 - Diagrama de blocos com a implementação das Equações de tensão do rotor, com a vista explodida de um destes blocos.

Obtidas as correntes em todos os circuitos da máquina, pode-se proceder ao cálculo do torque elétrico. O torque da MIDASE é composto pela soma de quatro torques parciais, que podem ser vistos na Equação 3.16. A resultante deste torque está mostrada no diagrama de blocos da Figura 3.8 e a implementação de cada um dos torques parciais, dados nas Equações 2.102 a 2.105, pode ser visto na Figura 3.9.

$$T = T_{11} + T_{22} + T_{12} + T_{21} \quad (3.16)$$

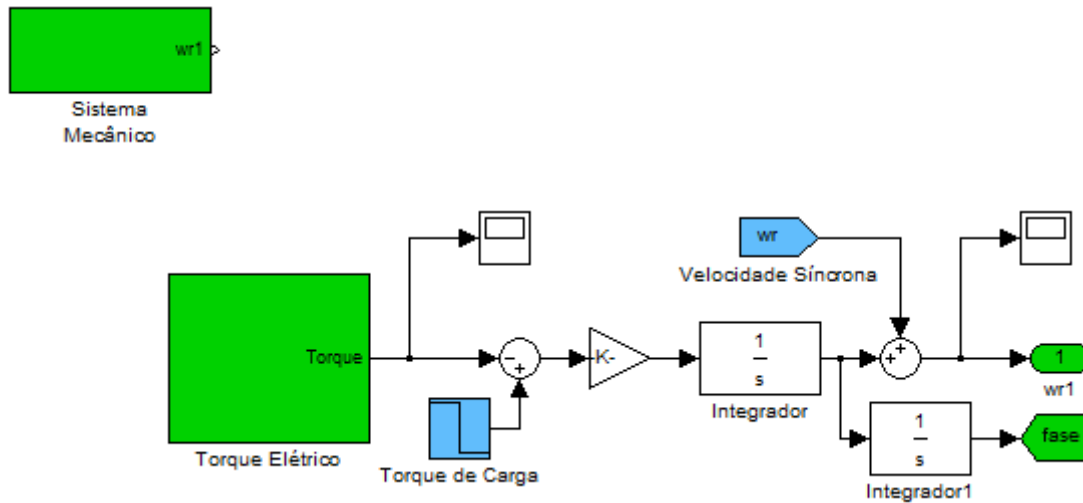


Figure 3. 8 - Diagrama de blocos com a implementação das equações mecânicas da MIDASE.

Para implementação do sistema mecânico da máquina, tomou-se como base o modelo existente nos pacotes do software comercial Matlab/Simulink, que dispõem de modelos prontos para simulação de acionamentos eletrônicos de máquinas elétricas convencionais.

Utilizando a Equação 3.17, obtida a partir da equação de oscilação de máquinas elétricas, pode-se obter a variação de velocidade do rotor.

$$\Delta\omega = \frac{1}{J} \int (T_m - T_e) dt \quad (3.17)$$

A variação de velocidade obtida da Equação 3.17 é somada à velocidade síncrona, e este resultado realimenta as equações de tensão da máquina, para fornecer a componente de tensão devida à velocidade do rotor. A integral da variação de velocidade fornece a fase que irá realimentar a matriz de transformação.

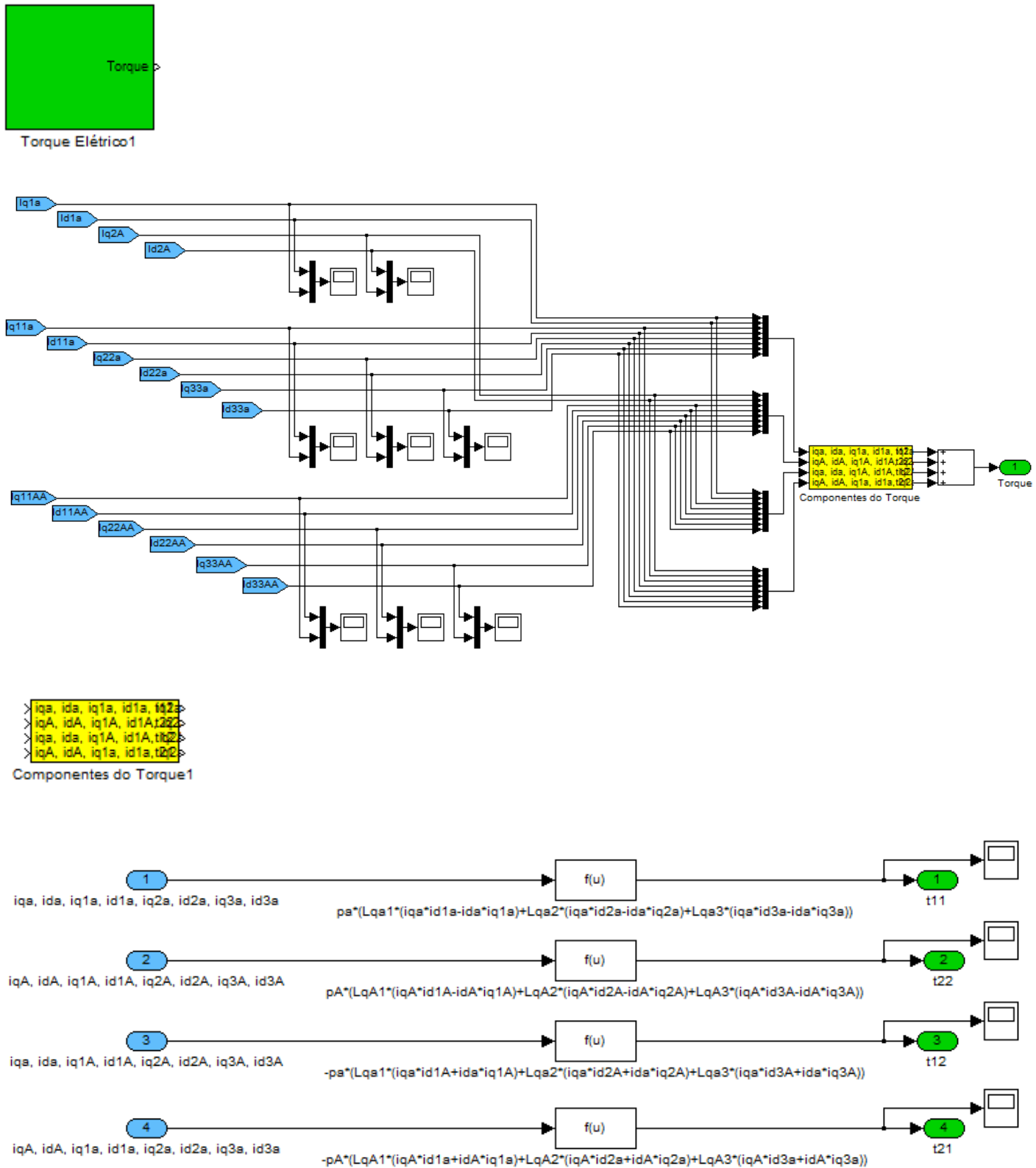


Figure 3. 9 - Diagrama de blocos com a implementação das equações do torque elétrico da MIDASE.

Para o cálculo das potências ativa e reativa de entrada da máquina, tem-se as Equações 3.18 e 3.19.

$$P = (V_d i_d + V_q i_q + 2V_0 i_0) \quad (3.18)$$

$$Q = (V_q i_d - V_d i_q) \quad (3.19)$$

O diagrama que implementa as equações 3.18 e 3.19 pode ser visto na Figura 3.10, com a visão explodida do bloco “Potência_qd” em azul da Figura 3.1.

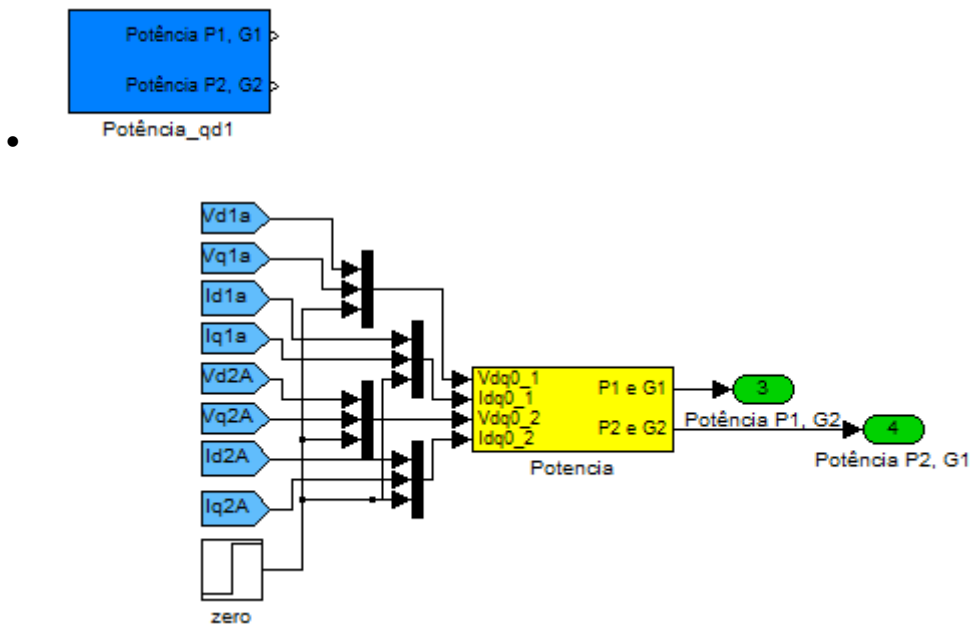


Figure 3. 10 - Diagrama de blocos com a implementação das equações das potências de entrada de cada um dos enrolamentos.

Capítulo 4

4 Validação do Modelo

Neste capítulo serão apresentados os resultados de simulações visando validar o modelo apresentado no capítulo 3. As simulações serão realizadas utilizando-se os parâmetros de uma máquina apresentada em [5], cujos dados principais são apresentados no item 4.1.

4.1 Parâmetros Utilizados no Modelo da MIDASE

A MIDASE, cujos parâmetros elétricos serão apresentados, contém as características mecânicas dadas a seguir.

- No estator têm-se dois enrolamentos, o enrolamento de potência que apresenta dois pares de polos, e o enrolamento de controle que apresenta oito pares de polos.
- No rotor tem-se a estrutura mecânica explicada no item 2.2.1, com seis ninhos e três sistemas.

A seguir estão dadas às resistências e as indutâncias de acoplamento entre os diversos circuitos da MIDASE, que caracterizam a máquina que a ser utilizada na validação do modelo matemático implementado no software Matlab/Simulink.

- Resistências

$$r_a = 0.319 \, \Omega \text{ (Primeiro enrolamento do estator)}$$

$$r_A = 0.7 \, \Omega \text{ (Segundo enrolamento do estator)}$$

$$r_1 = 0.000115 \, \Omega \text{ (Loops do primeiro sistema do rotor)}$$

$$r_2 = 0.000134 \, \Omega \text{ (Loops do segundo sistema do rotor)}$$

$$r_3 = 0.000150 \, \Omega \text{ (Loops do terceiro sistema do rotor)}$$

- Indutâncias do estator

$$L_{al} = 0.00144 H \text{ (Dispersão do primeiro enrolamento)}$$

$$L_{Al} = 0.00270 H \text{ (Dispersão do segundo enrolamento)}$$

$$L_{am} = 0.0480 H \text{ (Componente fundamental espacial do primeiro enrolamento)}$$

$$L_{Am} = 0.0480 H \text{ (Componente fundamental espacial do segundo enrolamento)}$$

$$L_{pa} = L_{al} + L_{am} \text{ (Própria do primeiro enrolamento)}$$

$$L_{pA} = L_{Al} + L_{Am} \text{ (Própria do segundo enrolamento)}$$

- Indutâncias de acoplamento entre o estator e o rotor (Valores Máximos)

$$L_{a1} = 0.000135 H \text{ (Primeiro enrolamento do estator com o primeiro sistema do rotor)}$$

$$L_{a2} = 0.000390 H \text{ (Primeiro enrolamento do estator com o segundo sistema do rotor)}$$

$$L_{a3} = 0.000600 H \text{ (Primeiro enrolamento do estator com o terceiro sistema do rotor)}$$

$$L_{A1} = 0.000126 H \text{ (Segundo enrolamento do estator com o primeiro sistema do rotor)}$$

$$L_{A2} = 0.000320 H \text{ (Segundo enrolamento do estator com o segundo sistema do rotor)}$$

$$L_{A3} = 0.000365 H \text{ (Segundo enrolamento do estator com o terceiro sistema do rotor)}$$

- Indutâncias do rotor

$$L_{11} = 0.00000836 H \text{ (Própria do primeiro sistema)}$$

$$L_{22} = 0.00002084 H \text{ (Própria do segundo sistema)}$$

$$L_{33} = 0.00003174 H \text{ (Própria do terceiro sistema)}$$

$L_{12} = 0.00000643 H$ (mútua entre primeiro e segundo sistema de um mesmo ninho)

$L_{13} = 0.00000604 H$ (mútua entre primeiro e terceiro sistema de um mesmo ninho)

$L_{23} = 0.00000643 H$ (mútua entre segundo e terceiro sistema de um mesmo ninho)

$M_{11} = -0.000000195 H$ (mútua entre *loops* do primeiro sistema de ninhos diferentes)

$M_{22} = -0.00000175 H$ (mútua entre *loops* do segundo sistema de ninhos diferentes)

$M_{33} = -0.000000487 H$ (mútua entre *loops* do terceiro sistema de ninhos diferentes)

$M_{12} = -0.000000585 H$ (mútua entre primeiro e segundo sistema de ninhos diferentes)

$M_{13} = -0.000000975 H$ (mútua entre primeiro e terceiro sistema de ninhos diferentes)

$M_{23} = -0.00000292 H$ (mútua entre segundo e terceiro sistema de ninhos diferentes)

4.2 Considerações Iniciais

Durante o processo de implementação do modelo matemático da MIDASE no software comercial Matlab/Simulink, enfrentou-se algumas dificuldades. A principal ocorreu na implementação do modelo da MIDASE com os 3 sistemas de *loops* que compõem os circuitos do rotor. Não se conseguiu obter respostas razoáveis para esta configuração, pois as saídas do programa apresentavam valores que tendiam ao infinito, impossibilitando a obtenção de respostas razoáveis que pudessem ser analisadas.

A solução que permitiu a simulação da máquina foi assumir os três *loops* dos sistemas do rotor como sendo iguais. Isso permitiu que o programa realizasse a solução das equações fornecendo os parâmetros da máquina que permitiu sua análise. Porém a comparação dos resultados fornecidos pela simulação com os valores obtidos a partir de ensaios da MIDASE, presentes no trabalho de Ferreira, mostraram que a máquina simulada era diferente.

A segunda solução aplicada para a implementação do modelo foi a adoção do rotor da MIDASE composto por apenas um sistema de loop. Os valores obtidos através da simulação com esta aproximação apresentaram bons resultados quando comparados com os valores

medidos utilizados para validação. Porém apresentaram algumas limitações em termos de potência final, visto que a aproximação, aparentemente, reduz a capacidade de torque elétrico da máquina.

4.3 Simulação da Operação da MIDASE

A simulação desenvolvida neste trabalho tem a vantagem de utilizar um software comercial difundido na engenharia, e que permite uma interface amigável para as simulações, bem como para realizar-se alguma alteração das variáveis da máquina. Além disso, foi possível implementar-se a modelagem do funcionamento dinâmico da MIDASE, que não havia sido realizada em [7].

Variando Torque

Para analisar uma das respostas fornecida pelo modelo matemático da MIDASE implementado no Simulink, aplicou-se vários torques mecânicos ao rotor da máquina variando-os discretamente, com as tensões e frequências de alimentação do primeiro e segundo enrolamentos do estator ajustados em $V_{1rms} = 50\text{ V}$, $V_{2rms} = 50\text{ V}$, $f_1 = 50\text{ Hz}$ e $f_2 = 50\text{ Hz}$, respectivamente. Para esta condição de operação, dispõe-se de valores medidos para posterior comparação com os valores simulados. Esta condição de operação resulta em uma velocidade de rotação do rotor da máquina dada, em rotações por minuto (rpm), pela Equação 4.1.

$$n_{rpm} = 60 \frac{f_1 \pm f_2}{p_1 + p_2} \quad (4.1)$$

Sabendo que $p_1 = 2$ e $p_2 = 4$, tem-se $n_{rpm} = 1000\text{ rpm}$. Depois de colocado a máquina para funcionar nesta velocidade, sem carga, realizou-se a variação discreta do torque mecânico do rotor, obtendo-se o gráfico do torque elétrico em função do tempo da Figura 4.1.

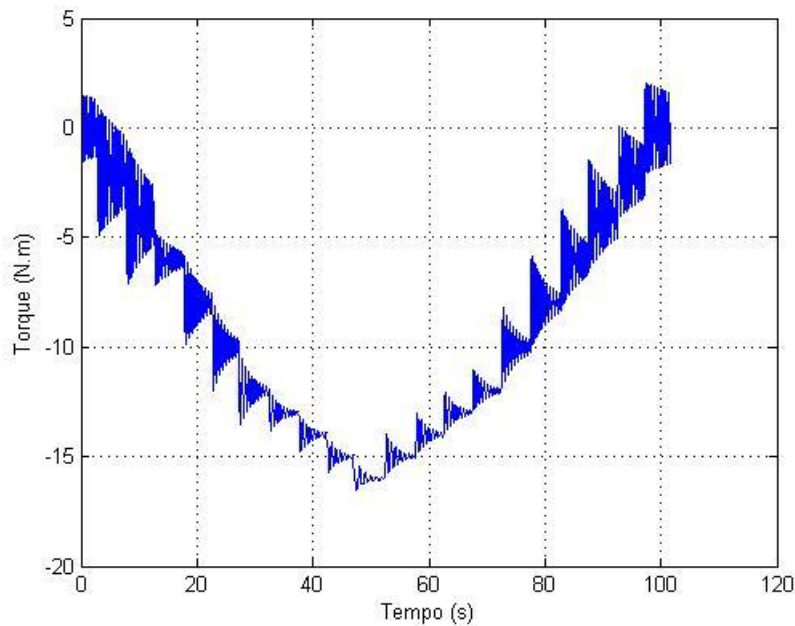


Figure 4. 1 - Torque elétrico da MIDASE - $V_1 = 50 V, V_2 = 50 V, f_1 = 50 Hz, f_2 = 50 Hz$.

Observa-se na Figura 4.1, que existe uma oscilação amortecida do torque elétrico da MIDASE no sentido de se adequar a cada degrau de torque mecânico aplicado. Além disso, os torques são variados antes da máquina atingir o regime para cada torque, o que explica a forma do gráfico.

Na Figura 4.2 pode ser analisado o comportamento da velocidade do rotor da MIDASE para a referida excursão de torque. O gráfico mostra que para cada aplicação de torque, o rotor da máquina sente uma perturbação, que resulta em uma oscilação do rotor. Porém a velocidade, após esta oscilação, permanece a mesma. Mais a frente este comportamento ficará mais evidenciado através da simulação da aplicação de um único degrau de carga, seguido de um período de tempo suficiente para a velocidade retomar o regime permanente, em seu valor inicial.

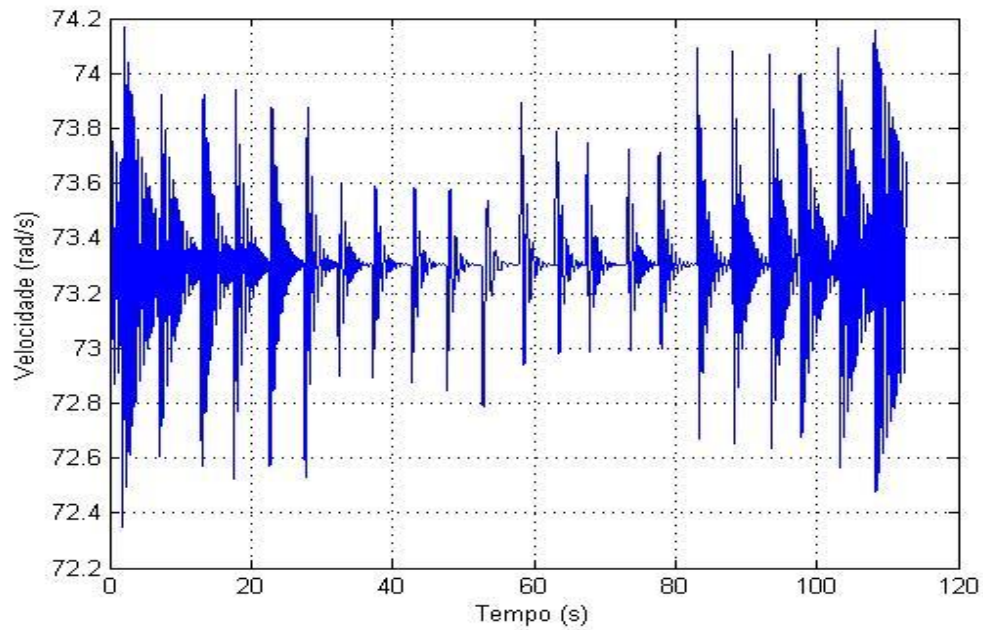


Figure 4.2 - Velocidade do rotor da máquina para as variações de torque realizadas

Na Figura 4.3 estão os gráficos da potência de entrada para o primeiro e o segundo enrolamento do estator, respectivamente, para a variação de torque da Figura 4.1. Na Figura 4.4, plotou-se a potência de cada um dos enrolamentos em função do torque elétrico.

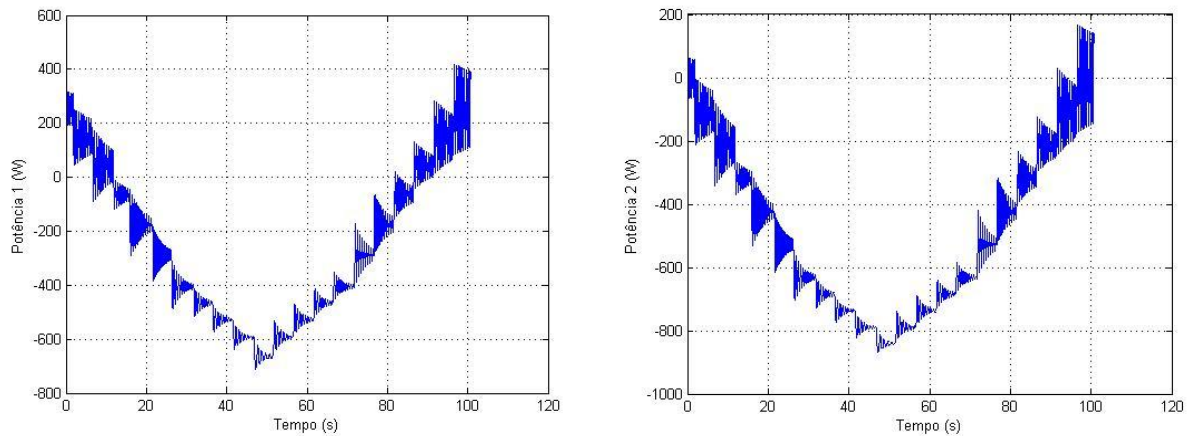


Figure 4.3 - Potência de entrada dos enrolamentos do estator - $V_1 = 50\text{ V}$, $V_2 = 50\text{ V}$, $f_1 = 50\text{ Hz}$, $f_2 = 50\text{ Hz}$.

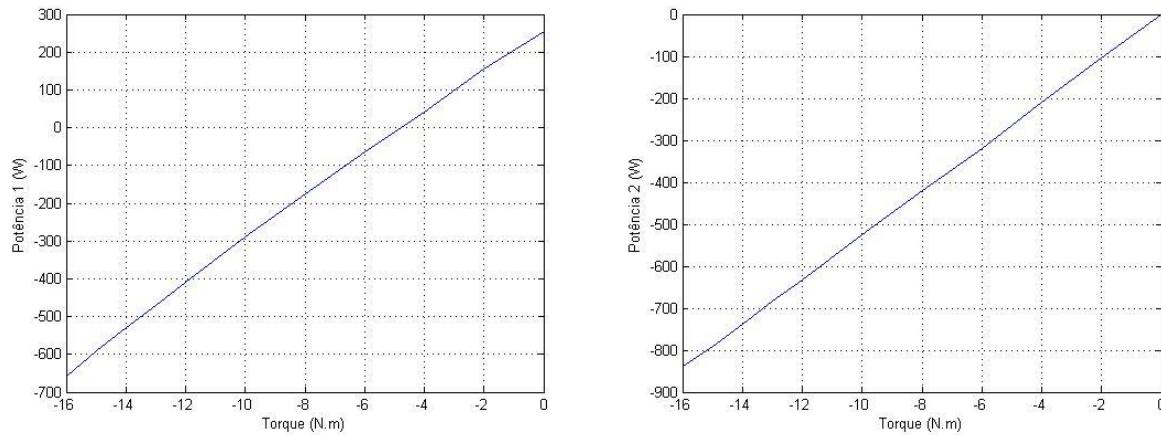


Figure 4. 4 - Gráfico da potência de entrada dos enrolamentos do estator em função do torque elétrico - $V_1 = 50 \text{ V}, V_2 = 50 \text{ V}, f_1 = 50 \text{ Hz}, f_2 = 50 \text{ Hz}$

Na tabela 4.1 estão computados valores discretos para o torque e para as potências de entrada de cada um dos enrolamentos a partir da simulação realizada. Além disso, estão colocados alguns valores de ensaios do funcionamento da MIDASE, presentes no trabalho de Ferreira.

Table 4. 1 - Tabela que apresenta a relação entre os valores discretos de torques elétricos e das potências elétricas de entrada, simuladas e medidas

Torque (N.m)	P1 (W)	P2 (W)	P1 Med (W)	P2 Med(W)
0	255	0	100	0
-2	155	-105		
-4	40	-210		
-6	-65	-320		
-8	-175	-420	-200	-450
-10	-290	-525		
-12	-410	-632		
-13	-470	-682		
-14	-530	-737	-500	-650
-15	-590	-790		
-16	-660	-840		

Legendas: P1= Potência entrada do primeiro enrolamento, P1 Med= Potência entrada medida do primeiro enrolamento, obs: o índice 2 refere-se ao segundo enrolamento.

A partir da Tabela 4.1 pode-se perceber que os valores medidos e os valores simulados estão muito próximos, o que permite concluir que o modelo matemático implementado no Simulink aproxima o comportamento real da MIDASE nas condições de torque simuladas.

4.4 Comportamento Transitório da Velocidade da MIDASE

Degrau de Carga

Para a simulação da resposta dinâmica da velocidade da MIDASE, primeiramente será aplicado um degraú de torque ao sistema, mantendo constante a frequência de alimentação do enrolamento de controle. Como as frequências permanecem constantes, espera-se que o degraú de carga cause uma perturbação na velocidade do rotor, mas que ela volte ao seu valor síncrono determinado pela Equação 4.1.

Para esta simulação, manteve-se a máquina operando em regime permanente com um torque elétrico de $T_m = -6 \text{ N}$, e com frequências $f_1 = 50 \text{ Hz}$ e $f_2 = 50 \text{ Hz}$, resultando em uma velocidade de 1000 rpm . Em determinado instante muda-se o torque mecânico para $T_m = -10 \text{ N.m}$, cujo torque elétrico pode ser visto na Figura 4.5.

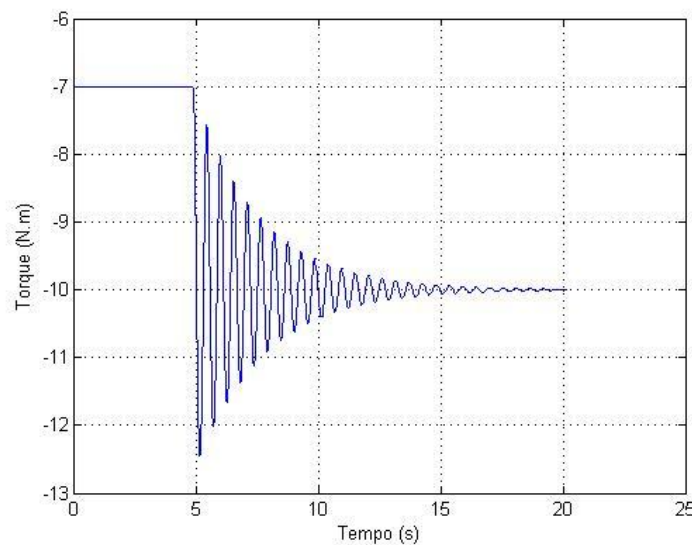


Figure 4. 5 - Torque elétrico para degraú de carga de -7 N.m a -10 N.m - $V_1 = 50 \text{ V}$, $V_2 = 50 \text{ V}$, $f_1 = 50 \text{ Hz}$, $f_2 = 50 \text{ Hz}$.

Na Figura 4.6 estão as correspondentes variações das potências de entrada dos enrolamentos do estator.

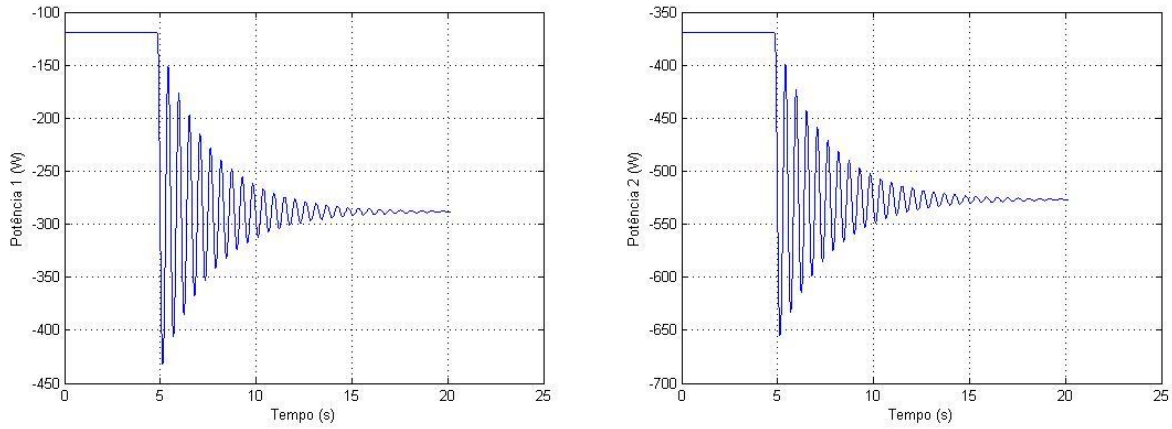


Figure 4. 6 - Potência elétrica dos enrolamentos do estator para o degrau de carga que leva o torque mecânico de -7 N.m a -10 N.m - $V_1 = 50 \text{ V}$, $V_2 = 50 \text{ V}$, $f_1 = 50 \text{ Hz}$, $f_2 = 50 \text{ Hz}$.

A resposta transitória obtida para a velocidade do rotor da MIDASE pode ser visto na Figura 4.7.

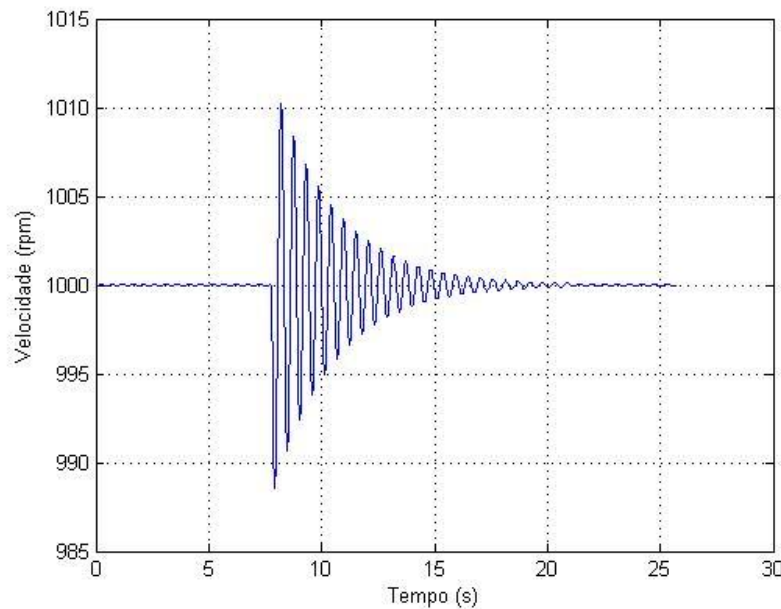


Figure 4. 7 - Comportamento da velocidade do rotor da máquina sujeito a um degrau de carga, saindo de -7 N.m a -10 N.m - $V_1 = 50 \text{ V}$, $V_2 = 50 \text{ V}$, $f_1 = 50 \text{ Hz}$, $f_2 = 50 \text{ Hz}$.

Como esperado, a velocidade que estava operando em regime constante no valor de 1000 rpm , sofre uma perturbação que leva o sistema a uma oscilação, esta atinge um valor de pico inicial seguido de um amortecimento que leva o sistema a se estabilizar novamente na velocidade inicial.

Degrau de Frequência

Nesta simulação será aplicado um degrau na frequência da alimentação do enrolamento de controle, mantendo o torque constante. Espera-se que a velocidade alcance um novo ponto de operação após um determinado período de oscilação.

Partindo de uma frequência inicial do enrolamento de controle de $f_2 = 40\text{ Hz}$ e no enrolamento de potência de $f_1 = 50\text{ Hz}$, tem-se uma velocidade inicial para o sistema de 900 rpm . O torque será mantido no valor de $T_m = -6\text{ N}$.

A frequência do enrolamento de controle será alterada para $f_2 = 50\text{ Hz}$, enquanto a frequência de alimentação do enrolamento de controle e o torque permanecem constantes.

Esta nova configuração implica em uma nova velocidade para o sistema de 1000 rpm . O resultado esperado pode ser visto na Figura 5.8, onde a velocidade sai de 900 rpm e após um período de oscilação atinge a velocidade de regime permanente esperada de 1000 rpm .

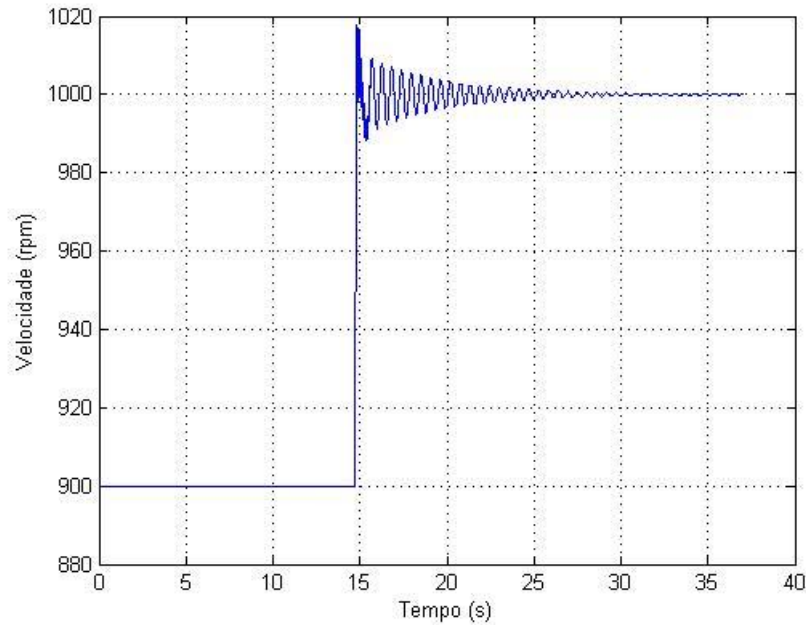


Figure 4. 8 - Comportamento da velocidade do rotor da máquina sujeito a um degrau de frequência, de $f_2 = 40 \text{ Hz}$ a $f_2 = 50 \text{ Hz}$, com o torque constante em $T = -6 \text{ N.m}$.

Como pode ser visto na Figura 5.9 o torque elétrico sofre uma perturbação durante a variação da frequência depois da qual, amortece, assumindo novamente seu valor inicial.

O torque permanece constante com a variação da velocidade mecânica da máquina, o que implica em uma variação da potência proporcional à variação da velocidade. Através do primeiro gráfico da Figura 5.10 pode-se verificar que a potência do primeiro enrolamento do estator, praticamente não sofre variação, onde se conclui que a potência variada em função do aumento da velocidade ocorre no enrolamento de controle, como visto no segundo gráfico da mesma figura.

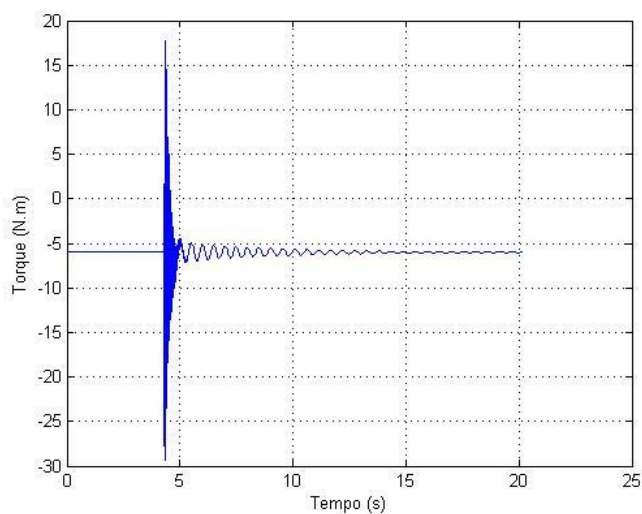


Figure 4. 9 - Comportamento do torque elétrico da máquina para o degrau de frequência de carga de $f_2 = 40 \text{ Hz}$ a $f_2 = 50 \text{ Hz}$, com o torque constante em $T = -6 \text{ N.m}$.

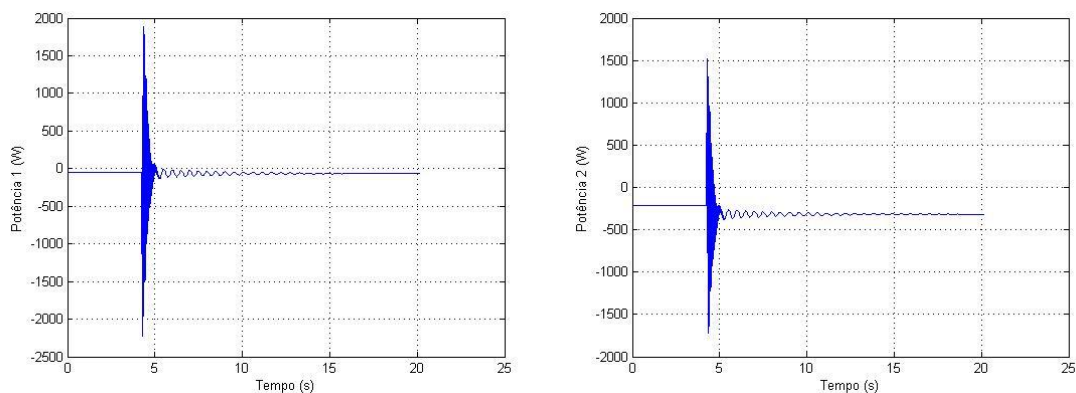


Figure 4. 10 - Comportamento das potências elétricas de entrada dos enrolamentos do estator da máquina para o degrau de frequência de $f_2 = 40 \text{ Hz}$ a $f_2 = 50 \text{ Hz}$, com o torque constante em $T = -6 \text{ N.m}$.

Perda de Sincronismo

A simulação da MIDASE com a condição de operação utilizada, ou seja, para os valores de tensão e frequência aplicados aos enrolamentos do estator, não permitiu a realização de uma excursão de torque mecânico através de valores positivos.

A resposta da máquina para esta condição de carga pode ser vista na figura 4.11, onde a máquina funcionava em regime permanente com um torque elétrico de -2 N.m e realizou-se a aplicação de um degrau ao torque mecânico, e este passou a 4 N.m . No primeiro gráfico da Figura 4.11 pode ser visto que o torque elétrico sofre uma oscilação não amortecida e em seguida a máquina perde o sincronismo, o que também pode ser verificado no gráfico da velocidade presente na Figura 4.11.

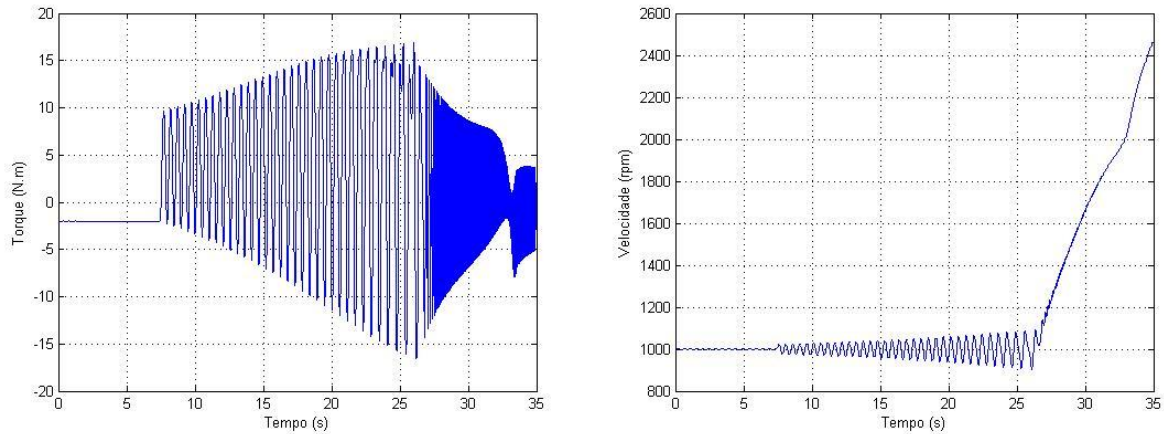


Figure 4. 11 - Gráfico da resposta a aplicação de um torque de carga positivo, com consequente perda de sincronismo - $V_1 = 50 \text{ V}$, $V_2 = 50 \text{ V}$, $f_1 = 50 \text{ Hz}$, $f_2 = 50 \text{ Hz}$.

Capítulo 5

5 Conclusões

Este trabalho apresentou o desenvolvimento de um modelo Matemático para a Máquina de Indução de Dupla Alimentação sem Escovas e sua implementação computacional.

Após o desenvolvimento do modelo matemático da MIDASE, seguiu-se a implementação deste no software comercial Matlab/Simulink, que é um programa muito utilizado na engenharia. Na implementação, que se utilizou de diagrama de blocos, deixou-se claro onde cada uma das equações estava implementada, permitindo uma maior facilidade na utilização do programa, tanto para simulações, quanto para possíveis alterações do projeto original.

O programa computacional funcionou e apresentou resultados que o validaram. Este além de permitir a análise da máquina em regime permanente, oferece a possibilidade da análise dinâmica da MIDASE, que ainda não havia sido implementada e que representa um passo a mais no conhecimento do funcionamento desta máquina que tem sido estudada para o acionamento de velocidades variáveis.

Como trabalhos futuros pode-se indicar:

- Extensão do modelo computacional, de forma a permitir a inclusão de um número maior de circuitos no rotor.
- Implementar estratégias de controle que ajuste a alimentação do enrolamento de controle de acordo com a operação desejada.

.

Referências Bibliográficas

- [1] http://ferrimodel.tripod.com/hist_maq_vap_.htm (22/12/2011)
- [2] <http://www.coe.ufri.br/~acmq/eletrostatica.html> (18/10/2011)
- [3] <http://www.ebah.com.br/content/ABAAAATzQAF/historia-dos-motores-eletricos> (18/10/2011)
- [4] Lima, D.B., A Máquina de Indução em cascata de Dupla Alimentação na Geração de Energia Elétrica em Velocidade Variável e Outras Aplicações, Trabalho de Conclusão de Curso, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2010.
- [5] Ferreira, A.C., *Analysis of brushless doubly-fed induction machines*, Ph.D. thesis, University of Cambridge, 1996.
- [6] Boger, M.S.; Wallace, A.K.; Spée, R.; Li, R., *General Pole Number Model of the Brushless Doubly-Fed Machine*, IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 31, No. 5, September/October 1995.
- [7] Lacerda, F.S., *Desenvolvimento e Validação de Modelo Matemático para a Máquina de Indução Duplamente Alimentada sem Escovas (MIDASE)*, Projeto de Graduação, 2001.

Apêndice I

Cálculo da Matriz de Impedância Equivalente Presente na Equação 2.39

A matriz de impedância equivalente a ser calculada neste apêndice esta repetida na Equação AI.1

$$L' = \begin{bmatrix} C_1 L_{11} C_1^T & 0 & C_1 L_{1R} C_{R1}^T & C_1 L_{1R} C_{R2}^T \\ 0 & C_2 L_{22} C_2^T & C_2 L_{2R} C_{R1}^T & C_2 L_{2R} C_{R2}^T \\ C_{R1} L_{1R} C_1^T & 0 & C_{R1} L_{RR} C_{R1}^T & 0 \\ 0 & C_{R2} L_{2R} C_2^T & 0 & C_{R2} L_{RR} C_{R2}^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L'_{11} & 0 & L'_{1R1} & L'_{1R2} \\ 0 & L'_{22} & L'_{2R1} & L'_{2R2} \\ L'_{R1} & 0 & L'_{1RR} & 0 \\ 0 & L'_{R2} & 0 & L'_{2RR} \end{bmatrix} \quad (AI.1)$$

Para o cálculo de $L'_{11} = C_1 L_{11} C_1^T$, procede-se o cálculo do produto das matrizes $C_1 L_{11}$, cujas matrizes estão repetidas nas Equações AI.2 e AI.3,

$$C_1 = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos(P_1 \theta_R) & \cos(P_1 \theta_R - \frac{2\pi}{3}) & \cos(P_1 \theta_R + \frac{2\pi}{3}) \\ \sin(P_1 \theta_R) & \sin(P_1 \theta_R - \frac{2\pi}{3}) & \sin(P_1 \theta_R + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (AI.2)$$

$$L_{11} = \begin{bmatrix} L_{l1} + L_{m1} & -\frac{1}{2} L_{m1} & -\frac{1}{2} L_{m1} \\ -\frac{1}{2} L_{m1} & L_{l1} + L_{m1} & -\frac{1}{2} L_{m1} \\ -\frac{1}{2} L_{m1} & -\frac{1}{2} L_{m1} & L_{l1} + L_{m1} \end{bmatrix} \quad (AI.3)$$

Para em seguida multiplicar o resultado por C_1^t , dada pela Equação AI.4,

$$C_1^t = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos(P_1 \theta_R) & \sin(P_1 \theta_R) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(P_1 \theta_R - \frac{2\pi}{3}) & \sin(P_1 \theta_R - \frac{2\pi}{3}) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(P_1 \theta_R + \frac{2\pi}{3}) & \sin(P_1 \theta_R + \frac{2\pi}{3}) & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad AI.4)$$

De onde se obtêm a matriz dada pela Equação AI.5.

$$\mathbf{L}'_{11} = \begin{bmatrix} L_{l1} + \frac{3}{2}L_{m1} & 0 & 0 \\ 0 & L_{l1} + \frac{3}{2}L_{m1} & 0 \\ 0 & 0 & L_{l1} \end{bmatrix} \quad (AI.5)$$

Repetindo o procedimento para o sub-matriz de indutância \mathbf{L}'_{22} do segundo enrolamento, chega-se a Equação AI.6

$$\mathbf{L}'_{22} = \begin{bmatrix} L_{l2} + \frac{3}{2}L_{m2} & 0 & 0 \\ 0 & L_{l2} + \frac{3}{2}L_{m2} & 0 \\ 0 & 0 & L_{l2} \end{bmatrix} \quad (AI.6)$$

Nas Equações AI.5 e AI.6, L_{l1} e L_{l2} , são as indutâncias de dispersão por fase, e L_{m1} e L_{m2} são as indutâncias de magnetização por fase, do primeiro e do segundo enrolamento do estator, respectivamente.

Para o cálculo de $\mathbf{L}'_{1RR} = \mathbf{C}_{R1}\mathbf{L}_{RR}\mathbf{C}_{R1}^T$, procede-se o cálculo de $\mathbf{C}_{R1}\mathbf{L}_{RR}$, cujas matrizes estão repetidas nas Equações AI.7 e AI.8.

$$\mathbf{C}_{R1} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{R1_1} & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{C}_{R1_2} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{C}_{R1_3} \end{bmatrix} \quad (AI.7)$$

$$\mathbf{L}_{RR} = \begin{bmatrix} [\mathbf{L}]_{11} & [\mathbf{M}]_{12} & [\mathbf{M}]_{13} \\ [\mathbf{M}]_{12} & [\mathbf{L}]_{22} & [\mathbf{M}]_{23} \\ [\mathbf{M}]_{13} & [\mathbf{M}]_{23} & [\mathbf{L}]_{33} \end{bmatrix} \quad (AI.8)$$

Que resulta na matriz dada na Equação AI.9.

$$\mathbf{C}_{R1}\mathbf{L}_{RR} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{R1_1}[\mathbf{L}]_{11} & \mathbf{C}_{R1_1}[\mathbf{M}]_{12} & \mathbf{C}_{R1_1}[\mathbf{M}]_{13} \\ \mathbf{C}_{R1_2}[\mathbf{M}]_{12} & \mathbf{C}_{R1_2}[\mathbf{L}]_{22} & \mathbf{C}_{R1_2}[\mathbf{M}]_{23} \\ \mathbf{C}_{R1_3}[\mathbf{M}]_{13} & \mathbf{C}_{R1_3}[\mathbf{M}]_{23} & \mathbf{C}_{R1_3}[\mathbf{L}]_{33} \end{bmatrix} \quad (AI.9)$$

Multiplicando a Equação AI.9 por \mathbf{C}_{R1}^t , dado na Equação AI.10,

$$\mathbf{C}_{R1}^t = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{R1_1}^t & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{C}_{R1_2}^t & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{C}_{R1_3}^t \end{bmatrix} \quad (AI.10)$$

Chega-se a Equação AI. 11,

$$\mathbf{C}_{R1} \mathbf{L}_{RR} \mathbf{C}_{R1}^t = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{R1_1} [\mathbf{L}]_{11} \mathbf{C}_{R1_1}^t & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{C}_{R1_2} [\mathbf{L}]_{22} \mathbf{C}_{R1_2}^t & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{C}_{R1_3} [\mathbf{L}]_{33} \mathbf{C}_{R1_3}^t \end{bmatrix} \quad (AI.11)$$

Sabendo que $\mathbf{C}_{R1_1} = \mathbf{C}_{R1_2} = \mathbf{C}_{R1_3}$, cujo valor esta dado na Equação AI. 12,

$$\mathbf{C}_{R1_1} = \mathbf{C}_{R1_2} = \mathbf{C}_{R1_3} = \sqrt{\frac{2}{6}} \begin{bmatrix} 1 & \cos(-\beta_1) & \cos(-2\beta_1) & \cos(-3\beta_1) & \cos(-4\beta_1) & \cos(-5\beta_1) \\ 0 & \sin(-\beta_1) & \sin(-2\beta_1) & \sin(-3\beta_1) & \sin(-4\beta_1) & \sin(-5\beta_1) \end{bmatrix} \quad (AI.12)$$

Com o ângulo β_1 dado em radianos pela Equação AI. 13,

$$\beta_1 = p_1 \frac{2\pi}{6} \quad (AI.13)$$

Cujo valor pode ser calculado sabendo que o número de pares de polos do primeiro enrolamento do estator é igual a 4, ou seja $p_1 = 4$, resultando em $\beta_1 = 240^\circ$, logo

$$\mathbf{C}_{R1_1} = \mathbf{C}_{R1_2} = \mathbf{C}_{R1_3} = \begin{bmatrix} 1 & -0.5 & -0.5 & 1 & -0.5 & -0.5 \\ 0 & 0.866 & -0.866 & 0 & 0.866 & -0.866 \end{bmatrix} \quad (AI.14)$$

Além disso,

$$[\mathbf{L}]_{11} = \begin{bmatrix} L_{11} & M_{11} & M_{11} & M_{11} & M_{11} & M_{11} \\ M_{11} & L_{11} & M_{11} & M_{11} & M_{11} & M_{11} \\ M_{11} & M_{11} & L_{11} & M_{11} & M_{11} & M_{11} \\ M_{11} & M_{11} & M_{11} & L_{11} & M_{11} & M_{11} \\ M_{11} & M_{11} & M_{11} & M_{11} & L_{11} & M_{11} \\ M_{11} & M_{11} & M_{11} & M_{11} & M_{11} & L_{11} \end{bmatrix} \quad (AI.15)$$

$$[\mathbf{L}]_{22} = \begin{bmatrix} L_{22} & M_{22} & M_{22} & M_{22} & M_{22} & M_{22} \\ M_{22} & L_{22} & M_{22} & M_{22} & M_{22} & M_{22} \\ M_{22} & M_{22} & L_{22} & M_{22} & M_{22} & M_{22} \\ M_{22} & M_{22} & M_{22} & L_{22} & M_{22} & M_{22} \\ M_{22} & M_{22} & M_{22} & M_{22} & L_{22} & M_{22} \\ M_{22} & M_{22} & M_{22} & M_{22} & M_{22} & L_{22} \end{bmatrix} \quad (AI.16)$$

$$[L]_{33} = \begin{bmatrix} L_{33} & M_{33} & M_{33} & M_{33} & M_{33} & M_{33} \\ M_{33} & L_{33} & M_{33} & M_{33} & M_{33} & M_{33} \\ M_{33} & M_{33} & L_{33} & M_{33} & M_{33} & M_{33} \\ M_{33} & M_{33} & M_{33} & L_{33} & M_{33} & M_{33} \\ M_{33} & M_{33} & M_{33} & M_{33} & L_{33} & M_{33} \\ M_{33} & M_{33} & M_{33} & M_{33} & M_{33} & L_{33} \end{bmatrix} \quad (AI. 17)$$

Logo, realizando primeiramente os produtos, $C_{R1_1}[L]_{11}$, $C_{R1_2}[L]_{22}$ e $C_{R1_3}[L]_{33}$, obtêm-se as Equações AI. 18, AI. 19 e AI. 20.

$$C_{R1_1}[L]_{11} = \sqrt{\frac{2}{6}} \begin{bmatrix} L_{11} - M_{11} & 0.5M_{11} - 0.5L_{11} & 0.5M_{11} - 0.5L_{11} & L_{11} - M_{11} & 0.5M_{11} - 0.5L_{11} & 0.5M_{11} - 0.5L_{11} \\ 0 & 0.866L_{11} - 0.866M_{11} & 0.866M_{11} - 0.866L_{11} & 0 & 0.866L_{11} - 0.866M_{11} & 0.866M_{11} - 0.866L_{11} \end{bmatrix} \quad (AI. 18)$$

$$C_{R1_2}[L]_{22} = \sqrt{\frac{2}{6}} \begin{bmatrix} L_{22} - M_{22} & 0.5M_{22} - 0.5L_{22} & 0.5M_{22} - 0.5L_{22} & L_{22} - M_{22} & 0.5M_{22} - 0.5L_{22} & 0.5M_{22} - 0.5L_{22} \\ 0 & 0.866L_{22} - 0.866M_{22} & 0.866M_{22} - 0.866L_{22} & 0 & 0.866L_{22} - 0.866M_{22} & 0.866M_{22} - 0.866L_{22} \end{bmatrix} \quad (AI. 19)$$

$$C_{R1_3}[L]_{33} = \sqrt{\frac{2}{6}} \begin{bmatrix} L_{33} - M_{33} & 0.5M_{33} - 0.5L_{33} & 0.5M_{33} - 0.5L_{33} & L_{33} - M_{33} & 0.5M_{33} - 0.5L_{33} & 0.5M_{33} - 0.5L_{33} \\ 0 & 0.866L_{33} - 0.866M_{33} & 0.866M_{33} - 0.866L_{33} & 0 & 0.866L_{33} - 0.866M_{33} & 0.866M_{33} - 0.866L_{33} \end{bmatrix} \quad (AI. 20)$$

Multiplicando as Equações AI. 18, AI. 19 e AI. 20 por $C_{R1_1}^t$, $C_{R1_2}^t$ e $C_{R1_3}^t$, respectivamente, resulta na Equação AI. 21.

$$C_{R1} L_{RR} C_{R1}^t = \begin{bmatrix} L_{11} - M_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_{11} - M_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_{22} - M_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L_{22} - M_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & L_{33} - M_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_{33} - M_{33} \end{bmatrix} \quad (AI. 21)$$

Procedendo de forma semelhante ao cálculo de $L'_{2RR} = C_{R1} L_{RR} C_{R1}^t$, pode se obter o mesmo resultado para $C_{R2} L_{RR} C_{R2}^t$, visto na Equação AI. 22.

$$\mathbf{C}_{R2} \mathbf{L}_{RR} \mathbf{C}_{R2}^t = \begin{bmatrix} L_{11} - M_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_{11} - M_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_{22} - M_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L_{22} - M_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & L_{33} - M_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_{33} - M_{33} \end{bmatrix} \quad (AI. 22)$$

Para o cálculo de $\mathbf{L}'_{1R1} = \mathbf{C}_1 \mathbf{L}_{1R} \mathbf{C}_{R1}^T$, efetua-se o cálculo de $\mathbf{C}_1 \mathbf{L}_{1R}$, cujo valor de \mathbf{L}_{1R} esta repetido na Equação AI. 23.

$$\mathbf{L}_{1R} = [\mathbf{L}_{1R1} \quad \mathbf{L}_{1R2} \quad \mathbf{L}_{1R3}] \quad (AI. 23)$$

Cujos valores das sub-matrizes estão dados nas Equações AI. 24, AI. 25 e AI. 26.

$$\mathbf{L}_{1R1} = \begin{bmatrix} L_{a1} \cos(P_1 \theta_R) & L_{a1} \cos(P_1 \theta_R + \beta_1) & \dots & L_{a1} \cos(P_1 \theta_R + 5\beta_1) \\ L_{a1} \cos(P_1 \theta_R - \frac{2\pi}{3}) & L_{a1} \cos(P_1 \theta_R + \beta_1 - \frac{2\pi}{3}) & \dots & L_{a1} \cos(P_1 \theta_R + 5\beta_1 - \frac{2\pi}{3}) \\ L_{a1} \cos(P_1 \theta_R + \frac{2\pi}{3}) & L_{a1} \cos(P_1 \theta_R + \beta_1 + \frac{2\pi}{3}) & \dots & L_{a1} \cos(P_1 \theta_R + 5\beta_1 + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} \quad (AI. 24)$$

$$\mathbf{L}_{1R2} = \begin{bmatrix} L_{a2} \cos(P_1 \theta_R) & L_{a2} \cos(P_1 \theta_R + \beta_1) & \dots & L_{a2} \cos(P_1 \theta_R + 5\beta_1) \\ L_{a2} \cos(P_1 \theta_R - \frac{2\pi}{3}) & L_{a2} \cos(P_1 \theta_R + \beta_1 - \frac{2\pi}{3}) & \dots & L_{a2} \cos(P_1 \theta_R + 5\beta_1 - \frac{2\pi}{3}) \\ L_{a2} \cos(P_1 \theta_R + \frac{2\pi}{3}) & L_{a2} \cos(P_1 \theta_R + \beta_1 + \frac{2\pi}{3}) & \dots & L_{a2} \cos(P_1 \theta_R + 5\beta_1 + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} \quad (AI. 25)$$

$$\mathbf{L}_{1R3} = \begin{bmatrix} L_{a3} \cos(P_1 \theta_R) & L_{a3} \cos(P_1 \theta_R + \beta_1) & \dots & L_{a3} \cos(P_1 \theta_R + 5\beta_1) \\ L_{a3} \cos(P_1 \theta_R - \frac{2\pi}{3}) & L_{a3} \cos(P_1 \theta_R + \beta_1 - \frac{2\pi}{3}) & \dots & L_{a3} \cos(P_1 \theta_R + 5\beta_1 - \frac{2\pi}{3}) \\ L_{a3} \cos(P_1 \theta_R + \frac{2\pi}{3}) & L_{a3} \cos(P_1 \theta_R + \beta_1 + \frac{2\pi}{3}) & \dots & L_{a3} \cos(P_1 \theta_R + 5\beta_1 + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} \quad (AI. 26)$$

Calculando-se inicialmente $\mathbf{C}_1 \mathbf{L}_{1R}$, têm-se a Equação AI. 27,

$$\mathbf{C}_1 \mathbf{L}_{1R} = [\mathbf{C}_1 \mathbf{L}_{1R1} \quad \mathbf{C}_1 \mathbf{L}_{1R2} \quad \mathbf{C}_1 \mathbf{L}_{1R3}] \quad (AI. 27)$$

Cujas sub-matrizes estão calculadas nas Equações AI. 28, AI. 29 e AI. 30.

$$\mathbf{C}_1 \mathbf{L}_{1R_1} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{3}{2} L_{a1} & \frac{3}{2} L_{a1} \cos \beta_1 & \dots & \frac{3}{2} L_{a1} \cos 5\beta_1 \\ 0 & -\frac{3}{2} L_{a1} \sin \beta_1 & \dots & -\frac{3}{2} L_{a1} \sin 5\beta_1 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (AI.28)$$

$$\mathbf{C}_1 \mathbf{L}_{1R_2} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{3}{2} L_{a2} & \frac{3}{2} L_{a2} \cos \beta_1 & \dots & \frac{3}{2} L_{a2} \cos 5\beta_1 \\ 0 & -\frac{3}{2} L_{a2} \sin \beta_1 & \dots & -\frac{3}{2} L_{a2} \sin 5\beta_1 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (AI.29)$$

$$\mathbf{C}_1 \mathbf{L}_{1R_3} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{3}{2} L_{a3} & \frac{3}{2} L_{a3} \cos \beta_1 & \dots & \frac{3}{2} L_{a3} \cos 5\beta_1 \\ 0 & -\frac{3}{2} L_{a3} \sin \beta_1 & \dots & -\frac{3}{2} L_{a3} \sin 5\beta_1 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (AI.30)$$

Multiplicando as Equações AI.28, AI.29e AI.30 por \mathbf{C}_{R1}^t , dado pela Equação AI.10, chega-se a Equação AI.31,

$$\mathbf{C}_1 \mathbf{L}_{1R} \mathbf{C}_{R1}^t = [\mathbf{C}_1 \mathbf{L}_{1R_1} \mathbf{C}_{R1_1}^t \quad \mathbf{C}_1 \mathbf{L}_{1R_2} \mathbf{C}_{R1_2}^t \quad \mathbf{C}_1 \mathbf{L}_{1R_3} \mathbf{C}_{R1_3}^t] \quad (AI.31)$$

Cujo valor de cada sub-matriz da Equação AI.31 esta calculado nas Equações AI.32, AI.33 e AI.34.

$$\mathbf{C}_1 \mathbf{L}_{1R_1} \mathbf{C}_{R1_1}^t = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{18}}{2} L_{a1} & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{18}}{2} L_{a1} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (AI.32)$$

$$\mathbf{C}_1 \mathbf{L}_{1R_2} \mathbf{C}_{R1_2}^t = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{18}}{2} L_{a2} & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{18}}{2} L_{a2} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (AI.33)$$

$$C_1 L_{1R_3} C_{R1_3}^t = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{18}}{2} L_{a3} & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{18}}{2} L_{a3} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (AI.34)$$

Que resulta na Equação AI.35

$$L'_{1R1} = C_1 L_{1R} C_{R1}^t = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{18}}{2} L_{a1} & 0 & \frac{\sqrt{18}}{2} L_{a2} & 0 & \frac{\sqrt{18}}{2} L_{a3} & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{18}}{2} L_{a1} & 0 & \frac{\sqrt{18}}{2} L_{a2} & 0 & \frac{\sqrt{18}}{2} L_{a3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (AI.35)$$

Procedendo de forma semelhante ao realizado no cálculo da Equação AI.35, resulta em $L'_{1R2} = C_1 L_{1R} C_{R2}^T$, dado na Equação AI.36, $L'_{2R1} = C_2 L_{2R} C_{R1}^T$, dado na Equação AI.37 e em $L'_{2R2} = C_2 L_{2R} C_{R2}^T$, dado na Equação AI.38.

$$L'_{1R2} = C_1 L_{1R} C_{R2}^T = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{18}}{2} L_{a1} & 0 & \frac{\sqrt{18}}{2} L_{a2} & 0 & \frac{\sqrt{18}}{2} L_{a3} & 0 \\ 0 & -\frac{\sqrt{18}}{2} L_{a1} & 0 & -\frac{\sqrt{18}}{2} L_{a2} & 0 & -\frac{\sqrt{18}}{2} L_{a3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (AI.36)$$

$$L'_{2R1} = C_2 L_{2R} C_{R1}^T = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{18}}{2} L_{A1} & 0 & \frac{\sqrt{18}}{2} L_{A2} & 0 & \frac{\sqrt{18}}{2} L_{A3} & 0 \\ 0 & -\frac{\sqrt{18}}{2} L_{A1} & 0 & -\frac{\sqrt{18}}{2} L_{A2} & 0 & -\frac{\sqrt{18}}{2} L_{A3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (AI.37)$$

$$L'_{2R2} = C_2 L_{2R} C_{R2}^T = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{18}}{2} L_{A1} & 0 & \frac{\sqrt{18}}{2} L_{A2} & 0 & \frac{\sqrt{18}}{2} L_{A3} & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{18}}{2} L_{A1} & 0 & \frac{\sqrt{18}}{2} L_{A2} & 0 & \frac{\sqrt{18}}{2} L_{A3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (AI.38)$$

A sub-matriz $L'_{R1} = C_{R1} L_{1R}^t C_1^T$ e a sub-matriz $L'_{R2} = C_{R2} L_{2R}^t C_2^T$, cujos cálculos também são semelhantes aos realizados anteriormente, fornecem as Equações AI.39 e AI.40.

$$L'_{R1} = C_{R1} L_{1R}^t C_1^T = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{18}}{2} L_{a1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{18}}{2} L_{a1} & 0 \\ \frac{\sqrt{18}}{2} L_{a2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{18}}{2} L_{a2} & 0 \\ \frac{\sqrt{18}}{2} L_{a3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{18}}{2} L_{a3} & 0 \end{bmatrix} \quad (AI.39)$$

$$L'_{R1} = C_{R1} L_{1R}^t C_1^T = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{18}}{2} L_{A1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{18}}{2} L_{A1} & 0 \\ \frac{\sqrt{18}}{2} L_{A2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{18}}{2} L_{A2} & 0 \\ \frac{\sqrt{18}}{2} L_{A3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{18}}{2} L_{A3} & 0 \end{bmatrix} \quad (AI.40)$$

As constantes L_{a1} , L_{a2} e L_{a3} , são os valores máximos da indutância de acoplamento entre o primeiro enrolamento do estator e os circuitos do primeiro, segundo e terceiro sistemas de *loops* do rotor, respectivamente. Igualmente as constantes L_{A1} , L_{A2} e L_{A3} , são os valores máximos da indutância de acoplamento entre o segundo enrolamento do estator e os circuitos do primeiro, segundo e terceiro sistema de *loops* do rotor, respectivamente.

Com isso, calculou-se uma matriz de indutância equivalente L' que realiza o acoplamento entre os diversos circuitos da MIDASE e cujos valores são constantes.

Apêndice II

Cálculo da Matriz L' Utilizando os Parâmetros da MIDASE

Substituindo os parâmetros da máquina apresentados no item 3, nos valores calculados da matriz de indutância equivalente L' , repetida na Equação AII.1, chega-se aos valores numéricos utilizados na simulação da MIDASE, e mostrados nas Equações AII.2 a AII.11.

$$L' = \begin{bmatrix} L'_{11} & 0 & L'_{1R1} & L'_{1R2} \\ 0 & L'_{22} & L'_{2R1} & L'_{2R2} \\ L'_{R1} & 0 & L'_{1RR} & 0 \\ 0 & L'_{R2} & 0 & L'_{2RR} \end{bmatrix} \quad (AII.1)$$

$$L'_{11} = \begin{bmatrix} 0.07344 & 0 & 0 \\ 0 & 0.07344 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0144 \end{bmatrix} \quad (AII.2)$$

$$L'_{22} = \begin{bmatrix} 0.0672 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0672 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0027 \end{bmatrix} \quad (AII.3)$$

$$L'_{1RR} = \begin{bmatrix} 0.000008555 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.000008555 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0000226 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0000226 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.00003661 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.00003661 \end{bmatrix} \quad (AII.4)$$

$$L'_{2RR} = \begin{bmatrix} 0.000008555 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.000008555 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0000226 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0000226 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.00003661 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.00003661 \end{bmatrix} \quad (AII.5)$$

$$L'_{1R1} = \begin{bmatrix} 0.00028638 & 0 & 0.00082732 & 0 & 0.0012728 & 0 \\ 0 & 0.00028638 & 0 & 0.00082732 & 0 & 0.0012728 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (AII.6)$$

$$L'_{1R2} = \begin{bmatrix} 0.00028638 & 0 & 0.00082732 & 0 & 0.0012728 & 0 \\ 0 & -0.00028638 & 0 & -0.00082732 & 0 & -0.0012728 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (AII.7)$$

$$L'_{2R1} = \begin{bmatrix} 0.00026729 & 0 & 0.00067882 & 0 & 0.00077428 & 0 \\ 0 & -0.00026729 & 0 & -0.00067882 & 0 & -0.00077428 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (AII.8)$$

$$L'_{2R2} = \begin{bmatrix} 0.00026729 & 0 & 0.00067882 & 0 & 0.00077428 & 0 \\ 0 & 0.00026729 & 0 & 0.00067882 & 0 & 0.00077428 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

$$L'_{R1} = \begin{bmatrix} 0.00028638 & 0 \\ 0 & 0.00028638 \\ 0.00082732 & 0 \\ 0 & 0.00082732 \\ 0.0012728 & 0 \\ 0 & 0.0012728 \end{bmatrix} \quad (AII.10)$$

$$L'_{R2} = \begin{bmatrix} 0.00026729 & 0 \\ 0 & 0.00026729 \\ 0.00067882 & 0 \\ 0 & 0.00067882 \\ 0.00077428 & 0 \\ 0 & 0.00077428 \end{bmatrix} \quad (AII.11)$$